PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA
U.M.I. UNIONE MATEMATICA ITALIANA
SCUOLA NORMALE SUPERIORE

I Giochi di Archimede - Gara del Biennio

4 dicembre 1996

1) *La prova consiste di 20 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E.*
2) *Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.*
3) *Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia.* NON È CONSENTITO L'USO DI ALCUN TIPO DI CALCOLATRICE.
4) *Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è 1 ora e mezza. Buon lavoro e buon divertimento.*

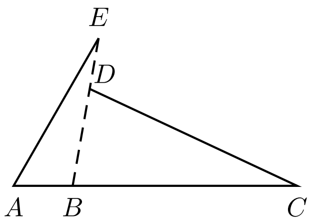
Nome ______________________ *Cognome* ______________________ *Classe* ________

1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*	*15*	*16*	*17*	*18*	*19*	*20*

1) Un ciclista che viaggia alla velocità costante di 5 m/s quanti chilometri percorre in 3 ore?
(A) 15 km **(B)** 18 km **(C)** 50 km **(D)** 54 km **(E)** nessuna delle precedenti.

2) Se in una città c'è un matematico ogni 320 abitanti, qual è la percentuale di matematici?
(A) 3,2% **(B)** 0,32% **(C)** 3,125% **(D)** 0,3125%
(E) nessuna delle precedenti.

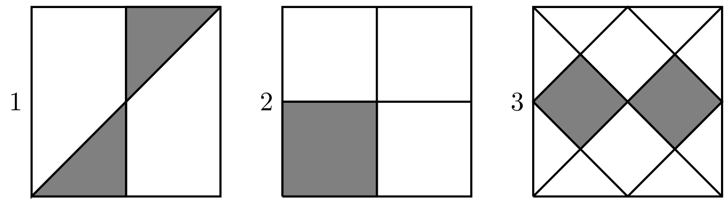
3) Si sa che nella figura a fianco $C\widehat{A}E = 60°$, $A\widehat{E}B = 20°$, $A\widehat{C}D = 25°$. I punti E, D, B sono allineati. Qual è la misura di $B\widehat{D}C$?
(A) 75° **(B)** 85° **(C)** 90° **(D)** 105°
(E) le informazioni sono insufficienti.



4) Un secchio pieno di sabbia pesa complessivamente 9 kg, riempito per metà di sabbia pesa 5 kg. Quanto pesa il secchio vuoto?
(A) 0,5 kg **(B)** 1 kg **(C)** 2 kg **(D)** 2,5 kg
(E) il peso del secchio non può essere determinato.

5) Per cuocere il pesce sono necessari 15 minuti (fissi) per scaldare il forno, più 12 minuti di cottura per ogni 1/2 kg di pesce. Michele compra un branzino dal peso di 2,5 kg e vuole che sia cotto esattamente per le ore 20:00. A che ora Michele deve accendere il forno?
(A) 18:00 **(B)** 18:45 **(C)** 18:50 **(D)** 18:57 **(E)** 19:00.

6) I tre quadrati del disegno hanno lo stesso lato. In che rapporto stanno le aree delle tre figure ombreggiate?



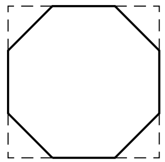
(A) La prima area è maggiore delle altre due
(B) la seconda area è maggiore delle altre due
(C) la terza area è maggiore delle altre due
(D) la prima area è uguale alla seconda, ed entrambe sono maggiori della terza
(E) le tre aree sono uguali.

7) Ieri non ho fatto colazione e sono andato a scuola, mentre l'altro ieri ho fatto colazione e sono andato a scuola. Quali delle frasi seguenti posso pronunciare senza essere bugiardo?
(A) Quando faccio colazione non vado mai a scuola
(B) tutte le volte che vado a scuola non faccio colazione
(C) ogni volta che vado a scuola faccio colazione
(D) talvolta vado a scuola senza fare colazione
(E) quando non faccio colazione non vado mai a scuola.

8) Nel rettangolo $ABCD$ (vertici indicati in senso antiorario), E ed F sono i punti medi dei lati maggiori AD e BC rispettivamente. Sapendo che $ABFE$ è simile a $ABCD$, quanto vale AD/AB?
(A) $\frac{7}{5}$ **(B)** $\frac{3}{2}$ **(C)** $\sqrt{3}$ **(D)** $2\sqrt{2}$
(E) le precedenti risposte sono tutte sbagliate.

9) Uno sprinter molto regolare quando corre i 100 metri impiega 2,4 secondi per i primi 20 metri e corre i restanti 80 m a velocità costante, concludendo la gara in 10 secondi netti. Se proseguisse per altri 100 m senza modificare la sua velocità che tempo otterrebbe sui 200 m?
(A) 18,8 s **(B)** 19 s **(C)** 19,5 s **(D)** 19,6 s **(E)** 20 s.

10) Da un quadrato di lato 10 cm si tagliano i quattro angoli in modo da ottenere un ottagono regolare. Il lato dell'ottagono è lungo
(A) 4 cm **(B)** $10 \cdot (\sqrt{2} - 1)$ cm **(C)** $3\sqrt{2}$ cm **(D)** 5 cm
(E) le precedenti risposte sono tutte sbagliate.



11) Una partita di angurie del peso iniziale di 500 kg viene stoccata per una settimana in un magazzino. All'inizio la percentuale di acqua contenuta nelle angurie è il 99% del loro peso, alla fine dello stoccaggio, a causa dell'evaporazione, tale percentuale è scesa al 98%. Quanto pesano alla fine le angurie?
(A) 250 kg **(B)** 400 kg **(C)** 480 kg **(D)** 490 kg **(E)** 495 kg.

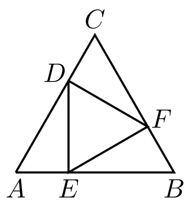
12) In un rombo di area 80 cm^2, una diagonale è lunga il doppio dell'altra. Quanto è lungo il lato del rombo?
(A) 8 cm **(B)** $\sqrt{80}$ cm **(C)** 10 cm **(D)** 20 cm **(E)** non si può determinare.

13) Cinque persone non si trovano d'accordo sulla data.
– Carlo dice che oggi è lunedì 16 agosto
– Franco dice che oggi è martedì 16 agosto
– Marco dice che oggi è martedì 17 settembre
– Roberto dice che oggi è lunedì 17 agosto
– Tullio dice che oggi è lunedì 17 settembre.
Uno ha ragione, ma nessuno ha "completamente" torto, nel senso che ciascuno dice correttamente almeno una cosa (o il giorno della settimana, o il giorno del mese, o il mese). Chi ha ragione?
(A) Carlo **(B)** Franco **(C)** Marco **(D)** Roberto **(E)** Tullio.

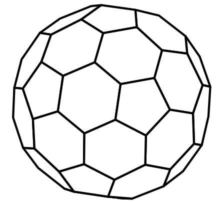
14) Sia $m = 999\ldots99$ il numero formato da 77 cifre tutte uguali a 9 e sia $n = 777\ldots77$ il numero formato da 99 cifre tutte uguali a 7. Il numero delle cifre di $m \cdot n$ è
(A) 175 **(B)** 176 **(C)** 177 **(D)** 7692 **(E)** 7693.

15) Quattro squadre di pallacanestro di pari forza disputano un torneo con girone unico all'italiana (ogni squadra incontra ogni altra squadra una sola volta). Qual è la probabilità che ci sia una squadra che alla fine del torneo ha vinto tutte le sue partite? (le partite di pallacanestro non possono finire con un pareggio).
(A) $\frac{1}{6}$ **(B)** $\frac{1}{\pi}$ **(C)** $\frac{1}{3}$ **(D)** $\frac{1}{2}$ **(E)** $\frac{2}{3}$.

16) Sia ABC un triangolo equilatero e DEF un altro triangolo equilatero in esso inscritto con AB perpendicolare a ED. Il rapporto fra le aree di ABC e di DEF è
(A) $\sqrt{3}$ **(B)** 2 **(C)** $\frac{5}{2}$ **(D)** 3 **(E)** $3\sqrt{2}$.



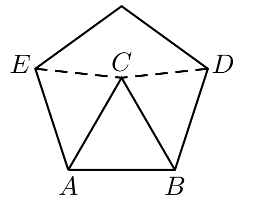
17) Un pallone di cuoio è ottenuto cucendo 20 pezzi di cuoio a forma esagonale e 12 pezzi di cuoio a forma pentagonale. Una cucitura unisce i lati di due pezzi adiacenti. Allora il numero totale delle cuciture è
(A) 90 **(B)** 172 **(C)** 176 **(D)** 180
(E) i dati del problema sono insufficienti.



18) Quanti angoli maggiori di 90° può avere un quadrilatero (non intrecciato)?
(A) Ne ha sempre almeno uno
(B) ne ha al più uno
(C) ne ha al più due
(D) ne ha al più tre
(E) può averne quattro.

19) In una scatola vi sono quattro sacchetti: il primo sacchetto contiene 4 palline bianche e 3 nere, il secondo 2 palline bianche e 4 nere, il terzo 6 palline bianche e 9 nere, il quarto 5 palline bianche e 10 nere. Si estrae un sacchetto a caso, e da questo, sempre a caso, si estrae una pallina. Sapendo che è stata estratta una pallina bianca, quale sacchetto è più probabile che sia stato scelto?
(A) Il primo **(B)** il secondo **(C)** il terzo **(D)** il quarto
(E) tutti i sacchetti hanno la stessa probabilità di essere stati estratti.

20) Nel pentagono regolare disegnato a fianco, il triangolo ABC è equilatero. Quanto vale l'angolo convesso $E\widehat{C}D$?
(A) 120° **(B)** 144° **(C)** 150° **(D)** 168° **(E)** 170°.



PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA
U.M.I. UNIONE MATEMATICA ITALIANA
SCUOLA NORMALE SUPERIORE

I Giochi di Archimede - Gara del Biennio

3 dicembre 1997

1) *La prova consiste di 20 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E.*
2) *Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.*
3) *Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia.* NON È CONSENTITO L'USO DI ALCUN TIPO DI CALCOLATRICE.
4) *Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è 1 ora e mezza. Buon lavoro e buon divertimento.*

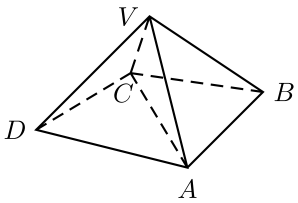
Nome ____________________ *Cognome* ____________________ *Classe* ________

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

1) Quanti alberi ci stanno al massimo su due lati di un largo viale lungo 180 metri, posti a 15 metri di distanza l'uno dall'altro?
(A) 20 **(B)** 22 **(C)** 24 **(D)** 26 **(E)** 28.

2) Il contachilometri di una bicicletta segna 3733 km. La prima volta in cui segnerà nuovamente un numero con tre cifre uguali avverrà
(A) prima di 50 km **(B)** tra 50 km e 100 km **(C)** tra 100 km e 500 km
(D) fra 500 km e 1000 km **(E)** fra 1000 km e 5000 km.

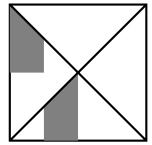
3) In una piramide $ABCDV$ la base $ABCD$ è un quadrato e le facce laterali triangoli equilateri. Il triangolo ACV è
(A) rettangolo
(B) ottusangolo
(C) equilatero
(D) equivalente alla base $ABCD$
(E) equivalente ad una faccia laterale.



4) Uno studente he avuto una media di 6 e 1/2 nei primi quattro compiti. Quale voto deve prendere nel quinto per ottenere la media del 7?
(A) 7 e 1/2 **(B)** 8 e 1/2 **(C)** 9 **(D)** 10 **(E)** non ce la può fare.

5) Quanto vale l'espressione $\left(0,1+\frac{1}{0,1}\right)^2$?
(A) 0,0121 **(B)** 1,21 **(C)** 100,01 **(D)** 102,01 **(E)** 121.

6) Qual è la percentuale del quadrato ombreggiata in figura?
(A) 12,5% **(B)** 16,66% **(C)** 18,75% **(D)** 20% **(E)** 25%.



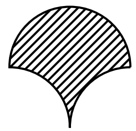
7) Quanti sono i numeri positivi n tali che $n + 30 > n^2$?
(A) infiniti **(B)** 30 **(C)** 6 **(D)** 5
(E) nessuna delle precedenti risposte è corretta.

8) Marco e Roberto hanno una cioccolata formata da 8 quadretti di cui uno (quello in alto a sinistra) non è buono. Decidono allora di giocare a questo gioco. Ad ogni turno ogni giocatore spezza in due la cioccolata lungo una delle linee di separazione tra i quadretti, e poi si mangia la parte che non contiene il quadretto cattivo. Vince chi lascia all'avversario il solo quadretto cattivo. Sapendo che Roberto è il primo a giocare, cosa deve mangiare per essere sicuro della vittoria?

(A) i due quadretti più a destra **(B)** i quattro quadretti più a destra
(C) i sei quadretti più a destra **(D)** i quattro quadretti in basso
(E) qualunque mossa faccia, Roberto perde!.

9) Per incollare tra loro le facce di due cubetti unitari occorrono 0,25 grammi di colla. Quanta colla occorre per costruire un cubo $5 \times 5 \times 5$ a partire da 125 cubetti unitari? (N.B. per garantire maggiore solidità si incollano tutte le coppie di facce a contatto)
(A) 180 g **(B)** 150 g **(C)** 90 g **(D)** 75 g **(E)** 125 g.

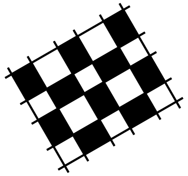
10) Determinare l'area della figura tratteggiata, sapendo che ciascuno degli archi (una semicirconferenza e due quarti di circonferenza) è ottenuto da una circonferenza di raggio 1 cm.
(A) $\pi/2$ cm^2 **(B)** 2 cm^2 **(C)** π cm^2 **(D)** 4 cm^2 **(E)** 2π cm^2.



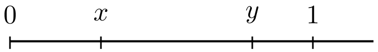
11) Da una lamiera di forma quadrata si taglia un cerchio del diametro massimo possibile, successivamente da tale cerchio si taglia un quadrato di lato massimo possibile. La percentuale di lamiera sprecata è
(A) 1/4 della lamiera originale **(B)** 1/2 della lamiera originale
(C) 1/2 della lamiera circolare **(D)** 1/4 della lamiera circolare
(E) nessuna delle precedenti.

12) Data la seguente equazione
$$4 = \sqrt{7 + \sqrt{9 + \sqrt{4 + x}}}$$
quanto vale x?
(A) 36 **(B)** 46 **(C)** 56 **(D)** 68 **(E)** 5180.

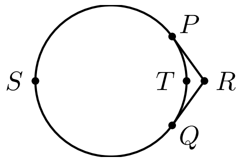
13) In figura è rappresentato lo schema del pavimento di una grande sala. Le mattonelle quadrate sono bianche, mentre quelle rettangolari sono nere e misurano cm 30×40. Quanto vale il rapporto S_b/S_n fra la superficie totale bianca e quella nera?
(A) $S_b/S_n < 95\%$ **(B)** $95\% \leq S_b/S_n < 100\%$
(C) $S_b/S_n = 100\%$ **(D)** $100\% < S_b/S_n \leq 105\%$
(E) $S_b/S_n > 105\%$.



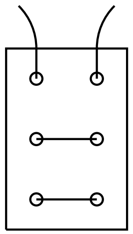
14) Dati due reali x e y tali che $0 < x < y < 1$, in quale intervallo si trova $x\sqrt{y}$?
(A) Fra 0 e x **(B)** fra x e y **(C)** fra y e 1
(D) dopo 1 **(E)** dipende dai valori di x e y.

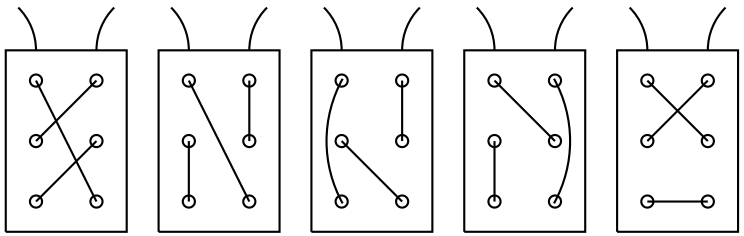


15) PR e QR sono tangenti al cerchio in figura. Sapendo che l'arco PSQ è quattro volte l'arco PTQ allora l'angolo $P\widehat{R}Q$ è
(A) 72° **(B)** 90° **(C)** 105° **(D)** 108° **(E)** 120°.



16) Un unico pezzo di corda passa attraverso i fori di un foglio di cartone, come mostra la figura a fianco. Quale dei seguenti disegni non può essere ciò che si vede sull'altra faccia del cartone?





(A) **(B)** **(C)** **(D)** **(E)**

17) Data una funzione tale che $f(x+1) = \dfrac{2f(x)+1}{2}$ e tale che $f(2) = 2$, quanto vale $f(1)$?
(A) 0 **(B)** 1/2 **(C)** 1 **(D)** 3/2 **(E)** 2.

18) Sono state istituite 3 commissioni parlamentari formate da 10 membri ciascuna. Sappiamo che nessun parlamentare è membro simultaneamente di tutte e tre le commissioni. Dire qual è il minimo numero di persone coinvolte nelle 3 commissioni
(A) 10 **(B)** 15 **(C)** 20 **(D)** 25 **(E)** 29.

19) Qual è la negazione della frase "Ogni studente della 1^a A ha almeno 2 cugini"?
(A) Nessuno studente della 1^a A ha cugini
(B) tutti gli studenti della 1^a A hanno un cugino
(C) almeno uno studente della 1^a A ha un solo cugino
(D) almeno uno studente della 1^a A non ha cugini
(E) nessuna delle precedenti è la negazione della frase data.

20) A una festa di compleanno quattro giocattoli vengono tirati a sorte fra i tre ragazzi presenti. I sorteggi sono indipendenti, ossia tutti i ragazzi partecipano a tutti i sorteggi. Qual è la probabilità p che vi sia almeno un ragazzo che resta privo di giocattoli?
(A) $p = \dfrac{4}{9}$ **(B)** $\dfrac{4}{9} < p < \dfrac{1}{2}$ **(C)** $p = \dfrac{1}{2}$ **(D)** $\dfrac{1}{2} < p < \dfrac{5}{9}$ **(E)** $p = \dfrac{5}{9}$.

PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA
U.M.I. UNIONE MATEMATICA ITALIANA
SCUOLA NORMALE SUPERIORE

I Giochi di Archimede - Gara del Biennio

2 dicembre 1998

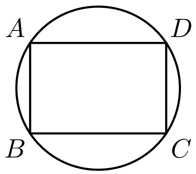
1) *La prova consiste di 20 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E.*
2) *Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.*
3) *Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia.* NON È CONSENTITO L'USO DI ALCUN TIPO DI CALCOLATRICE.
4) *Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è 1 ora e mezza. Buon lavoro e buon divertimento.*

Nome ____________________ *Cognome* ____________________ *Classe* ________

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

1) $0,3 \times 0,3 \times 0,3$ è uguale a
(A) 0,9 **(B)** 0,27 **(C)** 0,027 **(D)** 0,009 **(E)** 0,0027.

2) $ABCD$ è un rettangolo con $AB = 8$ cm e $BC = 6$ cm. Quanto vale l'area del cerchio circoscritto?

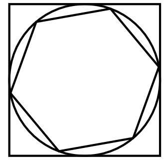


(A) 25π cm^2
(B) 24 cm^2
(C) 24π cm^2
(D) 50π cm^2
(E) nessuna delle precedenti.

3) Quale fra le seguenti espressioni rappresenta il quadrato del triplo del consecutivo di un numero intero n?
(A) $[3(n+1)]^2$ **(B)** $3n^2+1$ **(C)** $(3n+1)^2$ **(D)** $3(n^2+1)$ **(E)** $3(n+1)^2$.

4) In una classe ci sono 30 alunni. La maestra li divide in 5 squadre di 6 alunni e poi organizza una gara a squadre. Alla fine della gara distribuisce caramelle a tutti gli alunni, facendo in modo che ogni componente dell'unica squadra vincitrice riceva il doppio di caramelle rispetto agli alunni delle rimanenti squadre. Sapendo che in tutto la maestra distribuisce 540 caramelle, quante caramelle riceve ogni vincitore?
(A) 15 **(B)** 18 **(C)** 27 **(D)** 30 **(E)** 36.

5) Si consideri un quadrato di lato unitario; inscriviamo al suo interno una circonferenza e, all'interno di questa, un esagono regolare. Quanto misura il lato dell'esagono?



(A) $1/2$ **(B)** $\sqrt{3}/2$ **(C)** $\sqrt{3}/3$
(D) $(4\sqrt{2}-2)/7$ **(E)** $\pi/6$.

6) La produzione vinicola italiana rappresenta il 25% di quella mondiale ed il 38% di quella europea. Quale percentuale della produzione mondiale è rappresentata dalla produzione europea?
(A) Meno del 50% **(B)** fra il 50% e il 60% **(C)** fra il 60% e il 70%
(D) più del 70% **(E)** non si può determinare.

7) La città del mistero dista 500 km da Topolinia e 1200 km da Paperopoli. Qual è il minimo valore possibile per la distanza tra Topolinia e Paperopoli?
(A) 500 km **(B)** 700 km **(C)** 1200 km **(D)** 1300 km **(E)** 1700 km.

8) Se i numeri $0,3$; $0,\overline{3}$; $(0,\overline{3})^2$; $\dfrac{1}{0,3}$; $\dfrac{1}{0,\overline{3}}$ vengono messi in ordine crescente, il terzo numero è
(A) $0,3$ **(B)** $0,\overline{3}$ **(C)** $(0,\overline{3})^2$ **(D)** $\dfrac{1}{0,3}$ **(E)** $\dfrac{1}{0,\overline{3}}$.

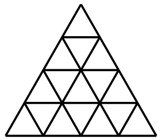
9) Qual è il più piccolo intero di tre cifre divisibile per 3 e per 13?
(A) 102 **(B)** 104 **(C)** 117 **(D)** 139 **(E)** nessuno dei precedenti.

10) I raggi di tre sfere sono proporzionali a 1, 2, 3. Allora si ha che:
(A) il volume della sfera più grande è il triplo del volume della sfera più piccola
(B) la somma dei volumi delle due sfere più piccole è uguale al volume della sfera più grande
(C) il volume della sfera più grande è il triplo della somma dei volumi delle altre due
(D) la superficie della sfera più grande è uguale alla somma delle superfici delle altre due
(E) la superficie della sfera più grande è il triplo della somma delle superfici delle altre due.

11) Se ordiniamo le cifre seguenti secondo la somma delle lunghezze dei segmenti di cui sono composte, quale cifra occupa la posizione centrale?

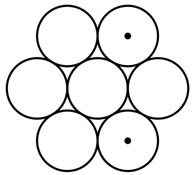
(A) Il 3 **(B)** il 2 **(C)** il 4 **(D)** ce n'è più di una **(E)** nessuna delle precedenti.

12) Quanti triangoli equilateri sono presenti in questa figura?
(A) 16
(B) 20
(C) 25
(D) 26
(E) 27.



13) In una classe di 20 persone, 15 giocano a calcio, 14 a basket, 13 a pallavolo. Quanti sono, al minimo, coloro che praticano tutti e tre gli sport?
(A) 0 **(B)** 2 **(C)** 7 **(D)** 9 **(E)** 13.

14) Sette cerchi di raggio unitario sono disposti come nella fiura a fianco. La distanza fra i due centri indicati con un punto è
(A) 2
(B) $\sqrt{3}$
(C) 3
(D) $2\sqrt{3}$
(E) nessuna delle precedenti.



15) Quale dei seguenti numeri termina con il maggior numero di zeri?
(A) $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^5$ **(B)** $2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^2$ **(C)** $2^5 \cdot 5^3 \cdot 3^2$ **(D)** $4^4 \cdot 5^6 \cdot 6^4$ **(E)** $4^6 \cdot 6^5 \cdot 5^4$.

16) Platone amava particolarmente il dodecaedro regolare, che è un poliedro le cui facce sono 12 pentagoni regolari uguali. Quanti spigoli e quanti vertici ha tale poliedro?
(A) 20 spigoli e 20 vertici **(B)** 30 spigoli e 20 vertici **(C)** 20 spigoli e 30 vertici **(D)** 30 spigoli e 60 vertici **(E)** 60 spigoli e 60 vertici.

17) Su un'isola vivono tre categorie di persone: i cavalieri, che dicono sempre la verità, i furfanti, che mentono sempre, ed i paggi che dopo una verità dicono sempre una menzogna e viceversa. Sull'isola incontro un vecchio, un ragazzo e una ragazza.
Il vecchio afferma: *"Io sono paggio"; "Il ragazzo è cavaliere"*.
Il ragazzo dice: *"Io sono cavaliere"; "La ragazza è paggio"*.
La ragazza afferma infine: *"Io sono furfante"; "Il vecchio è paggio"*.
Si può allora affermare che tra i tre:
(A) c'è esattamente un paggio **(B)** ci sono esattamente due paggi
(C) ci sono esattamente tre paggi **(D)** non c'è alcun paggio
(E) il numero dei paggi non è sicuro.

18) Un incallito giocatore paga 5000 lire per entrare in una casa da gioco, ove raddoppia i suoi soldi. Uscito, paga 5000 lire per il parcheggio dell'auto, ma – visto che la fortuna gli è propizia – entra in una seconda casa da gioco ad ingresso gratuito, ove nuovamente raddoppia il suo denaro. Dopo aver pagato nuovamente il parcheggio con 6000 lire, si accorge che non gli rimane più nulla nel portafogli. Quanti soldi aveva inizialmente il giocatore?
(A) 10 000 **(B)** 12 000 **(C)** 15 000 **(D)** i dati sono insufficienti
(E) le risposte precedenti sono tutte errate.

19) Sappiamo che $x = 0,9\ldots$ e che $1/x = 1,1\ldots$ (i puntini indicano che le ulteriori cifre decimali sono state omesse). Qual è la cifra che viene subito dopo il 9 nello sviluppo decimale di x?
(A) 0 **(B)** 1 **(C)** 9 **(D)** non si può determinare univocamente
(E) nessuno dei precedenti.

20) Sapendo che tra 200 e 300 (estremi inclusi) ci sono esattamente 13 multipli dell'intero n, quanto vale n?
(A) ≤ 6 **(B)** 7 **(C)** 8 **(D)** 9 **(E)** ≥ 10.

PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA
U.M.I. UNIONE MATEMATICA ITALIANA
SCUOLA NORMALE SUPERIORE

I Giochi di Archimede - Gara del Biennio

1 dicembre 1999

1) *La prova consiste di 20 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E.*
2) *Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.*
3) *Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia.* NON È CONSENTITO L'USO DI ALCUN TIPO DI CALCOLATRICE.
4) *Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è 1 ora e mezza. Buon lavoro e buon divertimento.*

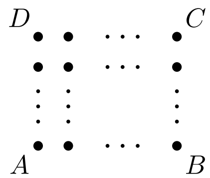
Nome ____________________ *Cognome* ____________________ *Classe* ________

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

1) I $\frac{4}{5}$ degli alunni di una classe sono stati promossi senza debiti formativi. Sapendo che gli alunni promossi con debito formativo sono $\frac{1}{6}$ dei promossi senza debiti, la frazione dei non promossi (rispetto all'intera classe)
(A) è $\frac{1}{8}$ **(B)** è $\frac{1}{10}$ **(C)** è $\frac{1}{12}$ **(D)** è $\frac{1}{15}$ **(E)** non è determinabile.

2) Quanto vale $(12,5 \cdot 10^{-3}) \cdot (8 \cdot 10^{111})$?
(A) 10^{110} **(B)** 1^{110} **(C)** 10^{37} **(D)** $100 \cdot 10^{-333}$ **(E)** 1000^{108}.

3) In un frutteto rettangolare c'è un albero ogni 4 metri (come in figura). Sapendo che ci sono 35 alberi, quanto misura il perimetro del rettangolo che ha per vertici i punti in cui ci sono gli alberi A, B, C, D?
(A) 70 **(B)** 80 **(C)** 96 **(D)** 140
(E) non si può determinare univocamente.



4) Quale numero diverso da 0 è tale che la sua decima parte eguagli dieci volte il quadrato del numero stesso?
(A) $\frac{1}{100}$ **(B)** $\frac{1}{10}$ **(C)** $\frac{1}{2}$ **(D)** 1 **(E)** 10.

5) Carlo e Ida hanno un appuntamento alle 7 del pomeriggio sotto la torre dell'orologio. Carlo arriva in orario e quando Ida arriva è la terza volta che Carlo vede le lancette della torre dell orologio perpendicolari tra loro. Con che ritardo è arrivata Ida?
(A) Meno di 1 ora e 10 minuti **(B)** tra 1 ora e 10 e 1 ora e 15
(C) tra 1 ora e 15 e 1 ora e 20 **(D)** tra 1 ora e 20 e 1 ora e 25
(E) più di 1 ora e 25.

6) Sia $MNOPQ$ un pentagono in cui $QM = NO = 8$ cm, $PQ = 5$ cm, $OP = 12$ cm e gli angoli in M, N e P sono retti. Quanto vale il perimetro del pentagono?
(A) 33 cm **(B)** 40 cm **(C)** 46 cm **(D)** 47 cm **(E)** 50 cm.

7) Qual è la cifra delle unità di 1999^{1999}?
(A) 1 **(B)** 3 **(C)** 7 **(D)** 9 **(E)** nessuna delle precedenti.

8) *"In ogni scuola c'è almeno una classe in cui sono tutti promossi"*. Volendo negare questa affermazione, quale dei seguenti enunciati sceglieresti?
(A) "In ogni scuola c'è almeno una classe in cui sono tutti bocciati"
(B) "In ogni scuola c'è almeno un bocciato in tutte le classi"
(C) "C'è almeno una scuola che ha almeno un bocciato in ogni classe"
(D) "C'è almeno una scuola che ha dei promossi in ogni classe"
(E) "C'è almeno una scuola in cui c'è una classe che ha almeno un bocciato".

9) In ogni ruota del lotto ci sono 90 numeri. Cinque di essi vengono estratti, uno alla volta, senza rimettere i numeri estratti nell'urna. In una certa ruota viene estratto per primo il numero 27. La probabilità che il secondo estratto sia 28
(A) è $\frac{1}{90}$ **(B)** è $\frac{1}{89}$ **(C)** è $\frac{1}{18}$
(D) è minore di $\frac{1}{100}$ perché è improbabile che vengano estratti due numeri consecutivi
(E) non si può determinare perché occorre calcolare la probabilità della cinquina.

10) Attorno a una villa a pianta quadrata di 30 metri di lato posta al centro di una vasta radura si estende un giardino che è composto da tutti i punti che distano meno di 100 metri dalla villa. L'estensione del giardino è
(A) inferiore a 2 ettari **(B)** fra 2 e 3 ettari **(C)** fra 3 e 4 ettari
(D) fra 4 e 5 ettari **(E)** superiore a 5 ettari.
(si ricorda che 1 ettaro corrisponde a $10\,000$ m^2)

11) Un orologio digitale a 4 cifre indica l'ora da 00:00 a 23:59. Per quanti minuti durante la giornata il numero che indica le ore ed il numero che indica i minuti sono entrambi quadrati perfetti (si ricorda che 0 è un quadrato perfetto)?
(A) 25 **(B)** 28 **(C)** 32 **(D)** 35 **(E)** 40.

12) Sia b un numero intero diverso da 0. Se a è il triplo di b e c è il doppio di b, qual è il rapporto tra $2a$ e $3c$?
(A) 1 **(B)** $\frac{2}{3}$ **(C)** $\frac{3}{2}$ **(D)** $\frac{1}{9}$ **(E)** $\frac{4}{9}$.

13) Giovanni possiede un campo quadrato il cui lato misura un numero intero di metri e la cui area (espressa in m^2) è un numero compreso tra 1900 e 2000. Giovanni decide di dividere il campo in parti uguali tra i suoi due figli. Ciascun figlio riceverà un numero di metri quadri compreso tra
(A) 950 e 960 **(B)** 960 e 970 **(C)** 970 e 980 **(D)** 980 e 990 **(E)** 990 e 1000.

14) Supponiamo di scrivere in ordine alfabetico (in italiano) i nomi degli interi tra 1 e 100 (estremi compresi). Quanto fa la somma del primo e dell'ultimo?
(A) 6 **(B)** 70 **(C)** 71 **(D)** 101 **(E)** 121.

15) In un quadrato magico, la somma dei numeri di ogni riga, di ogni colonna e delle due diagonali è costante. Nel quadrato magico a fianco quanto vale $a + b + c$?
(A) 20 **(B)** 22 **(C)** 26 **(D)** 44 **(E)** 48.

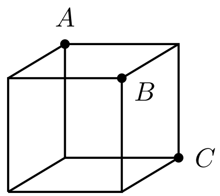
16	2	a
c	10	d
b	e	4

16) Qual è la probabilità che, estratti due numeri interi a caso (anche uguali) compresi fra 1 e 12 (estremi inclusi), il loro prodotto sia multiplo di 5?
(A) $\frac{1}{5}$ **(B)** $\frac{11}{36}$ **(C)** $\frac{5}{24}$ **(D)** $\frac{1}{4}$ **(E)** nessuna delle precedenti.

17) Considerando i sei piani delle facce di un cubo, quante coppie di piani perpendicolari tra loro si possono trovare?
(A) 3 **(B)** 6 **(C)** 8 **(D)** 12 **(E)** 24.

18) Un comune vuole illuminare tre strade parallele lunghe rispettivamente 150 m, 210 m e 300 m con dei lampioni posti ad intervalli regolari sui due lati di ogni strada. Inoltre il comune vuole che la distanza fra due lampioni consecutivi sia la stessa in tutte e tre le strade, e che sia all'inizio sia alla fine di ogni strada ci siano due lampioni (uno per lato). Il minimo numero di lampioni occorrenti è
(A) 25 **(B)** 44 **(C)** 50 **(D)** 80 **(E)** 94.

19) Dato il cubo in figura, con gli spigoli di lato 1, lo si tagli lungo il piano ABC. Qual è il volume della parte più piccola così ottenuta?
(A) $\frac{1}{3}$ **(B)** $\frac{1}{4}$ **(C)** $\frac{1}{6}$ **(D)** $\frac{1}{8}$ **(E)** $\frac{1}{12}$.



20) Sia n il più piccolo numero intero positivo divisibile per 20 e tale che la somma delle sue cifre sia divisibile per 1999. Quante cifre ha n?
(A) Meno di 222 **(B)** 222 **(C)** 223 **(D)** 224 **(E)** più di 224.

PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA
U.M.I. UNIONE MATEMATICA ITALIANA
SCUOLA NORMALE SUPERIORE

I Giochi di Archimede - Gara del Biennio

5 dicembre 2000

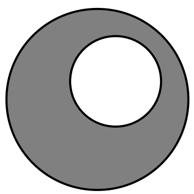
1) *La prova consiste di 20 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E.*
2) *Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.*
3) *Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia.* NON È CONSENTITO L'USO DI ALCUN TIPO DI CALCOLATRICE.
4) *Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è 1 ora e mezza. Buon lavoro e buon divertimento.*

Nome ____________________ *Cognome* ____________________ *Classe* ________

1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*	*15*	*16*	*17*	*18*	*19*	*20*

1) Al mercato delle pulci un venditore vende per 80 Euro uno scaffaletto che aveva acquistato per 70 Euro. Poi ci ripensa, riacquista lo scaffaletto per 90 Euro e lo rivende per 100 Euro. Quanto ha guadagnato alla fine?
(A) Nulla **(B)** 10 Euro **(C)** 20 Euro **(D)** ha perso 10 Euro
(E) nessuna delle precedenti.

2) Nella figura a fianco il raggio del cerchio esterno e il doppio di quello del cerchio interno. Quanto vale il rapporto fra l'area della regione ombreggiata e quella della regione bianca all'interno?
(A) 2 **(B)** 3 **(C)** 4
(D) dipende dalla posizione del cerchio
(E) nessuna delle precedenti.

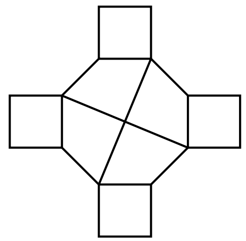


3) Qual è la media (aritmetica) dei numeri 1, 2, 3, ..., 1999, 2000?
(A) 999 **(B)** 999,5 **(C)** 1000 **(D)** 1000,5 **(E)** 1001.

4) Quanto vale $6a$ se $3a - 2 = 2b - 1$?
(A) $4b+1$ **(B)** $4b+2$ **(C)** $4b+3$ **(D)** $4b+4$ **(E)** nessuna delle precedenti.

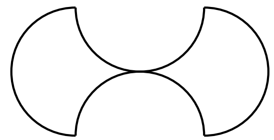
5) Se aumentiamo la lunghezza della base di un rettangolo del 30% e quella dell'altezza del 50%, l'area aumenta del
(A) 195% **(B)** 115% **(C)** 150% **(D)** 95% **(E)** 80%.

6) Quanti assi di simmetria possiede la figura a lato?
(A) 2
(B) 4
(C) 6
(D) 8
(E) nessuna delle precedenti.



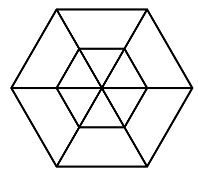
7) Ogni mese un grossista spedisce a un negoziante 24 litri, 32 litri e 40 litri di tre varietà diverse di vino utilizzando il minimo numero possibile di recipienti tutti uguali e completamente riempiti, ovviamente senza mescolare qualità diverse di vino nello stesso recipiente. Quanti recipienti riceverà quel negoziante in un anno?
(A) 36 **(B)** 72 **(C)** 144 **(D)** 288 **(E)** i dati sono insufficienti.

8) Quanto vale l'area della regione delimitata dalle quattro semicirconferenze di diametro 10 cm mostrate in figura?
(A) 100 cm^2 **(B)** $100\pi\sqrt{2}$ cm^2 **(C)** 50π cm^2
(D) 100π cm^2 **(E)** 25π cm^2.



9) Emanuele soffre d'insonnia. Un giorno alle 11:11 precise egli afferma: *"non dormo da 53 ore e 53 minuti"*. A che ora si e svegliato l'ultima volta?
(A) 5:04 **(B)** 5:18 **(C)** 5:58 **(D)** 6:04 **(E)** 6:18.

10) Il lato dell'esagono più piccolo in figura vale 1 e quello dell'esagono più grande vale 2. Qual è la somma delle lunghezze di tutti i tratti disegnati?
(A) 18 **(B)** 24 **(C)** 30 **(D)** 36
(E) nessuna delle precedenti.



11) Un podista e un ciclista partono insieme dalla città A diretti alla città B distante da A 13 km, con l'accordo di fare la spola fra A e B senza fermarsi mai. Sapendo che ogni ora il podista percorre 9 km mentre il ciclista ne percorre 25, quale distanza separerà i due sportivi dopo tre ore dall'inizio della competizione?
(A) 1 km **(B)** 2 km **(C)** 3 km **(D)** 4 km **(E)** 5 km.

12) Il deposito della libreria di Tullio è una stanza cubica di lato 5 m e negli ultimi tempi è diventato troppo piccolo per poter contenere tutte le giacenze di magazzino. Perciò Tullio ne ha comprato uno nuovo, sempre di forma cubica, che, sostituito al precedente, gli ha permesso di guadagnare 218 m^3 di spazio. Di quanti metri il lato del nuovo deposito e più lungo di quello vecchio?
(A) 1 m **(B)** 2 m **(C)** 3 m **(D)** 4 m **(E)** 5 m.

13) Il prezzo della mascotte delle olimpiadi di matematica è dato dalla somma del prezzo delle materie prime e del prezzo della lavorazione. L'anno scorso la mascotte costava 10 Euro. Quest'anno il costo delle materie prime è raddoppiato, e quindi la mascotte costa 11,80 Euro. Quanto incide quest'anno il prezzo delle materie prime sul prezzo finale del prodotto?
(A) Meno di 1 Euro **(B)** tra 1 e 2 Euro **(C)** tra 2 e 3 Euro
(D) tra 3 e 4 Euro **(E)** più di 4 Euro.

14) Un ladro spia Marco mentre chiude la sua valigia con un lucchetto con combinazione di 3 cifre (ciascuna cifra va da 0 a 9). Non ha potuto vedere la combinazione ma è riuscito a capire che due cifre consecutive sono uguali e la terza è diversa. Qual è il numero massimo di combinazioni che il ladro dovrà provare per aprire la valigia di Marco?
(A) 180 **(B)** 190 **(C)** 200 **(D)** 210 **(E)** 220.

15) Un giardino quadrato di 20 metri di lato viene innaffiato con irrigatori puntiformi. Ciascun irrigatore innaffia tutti i punti che distano da esso al più 10 metri. Qual è il minimo numero di irrigatori necessario per innaffiare tutto il giardino?
(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4 **(E)** 5.

16) Versando 40 cm^3 di acqua in un recipiente a forma di parallelepipedo rettangolo avente un lato della base lungo 4 cm il livello del liquido raggiunge 5 cm. Versandone una quantità incognita in un altro recipiente parallelepipedo rettangolo che ha quel lato della base lungo 6 cm e l'altro inalterato, il liquido raggiunge un livello di 15 cm. Quanti cm^3 di acqua sono stati versati la seconda volta?
(A) 180 **(B)** 80 **(C)** 40 **(D)** 20 **(E)** $\frac{80}{9}$.

17) Qual è la probabilità che, presi a caso tre vertici distinti di un esagono regolare, essi siano i vertici di un triangolo equilatero?
(A) $\frac{1}{4}$ **(B)** $\frac{1}{8}$ **(C)** $\frac{1}{9}$ **(D)** $\frac{1}{10}$ **(E)** $\frac{1}{20}$.

18) Anna, Barbara,Chiara e Donatella si sono sfidate in una gara di nuoto fino alla boa. All'arrivo non ci sono stati ex aequo. Al ritorno,
Anna dice: "*Chiara è arrivata prima di Barbara*";
Barbara dice: "*Chiara è arrivata prima di Anna*";
Chiara dice: "*Io sono arrivata seconda*".
Sapendo che una sola di esse ha detto la verità,
(A) si può dire solo chi ha vinto
(B) si può dire solo chi è arrivata seconda
(C) si può dire solo chi è arrivata terza
(D) si può dire solo chi è arrivata ultima
(E) non si può stabilire la posizione in classifica di nessuna.

19) Nella tomba del faraone Tetrankamon è stato ritrovato uno smeraldo, lavorato a forma di tetraedro (piramide a base triangolare) i cui spigoli misurano in millimetri 54, 32, 32, 29, 27, 20. Indicando con A, B, C, D i vertici del tetraedro e sapendo che AB è lungo 54, quanti millimetri è lungo CD?
(A) 32 **(B)** 29 **(C)** 27 **(D)** 20 **(E)** non si può determinare.

20) In una scuola il 60% degli studenti è di sesso maschile, il 90% è minorenne ed il 60% ha i capelli castani. Quale delle seguenti affermazioni e necessariamente vera?
(A) C'è almeno una ragazza maggiorenne.
(B) C'è almeno una ragazza con i capelli castani.
(C) C'è almeno un ragazzo minorenne e castano.
(D) Non ci sono ragazzi maggiorenni e castani.
(E) C'è almeno un ragazzo biondo.

PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA
U.M.I. UNIONE MATEMATICA ITALIANA
SCUOLA NORMALE SUPERIORE

I Giochi di Archimede - Gara Biennio

5 dicembre 2001

1) *La prova consiste di 20 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E.*
2) *Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.*
3) *Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia.* NON È CONSENTITO L'USO DI ALCUN TIPO DI CALCOLATRICE.
4) *Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è 1 ora e mezza. Buon lavoro e buon divertimento.*

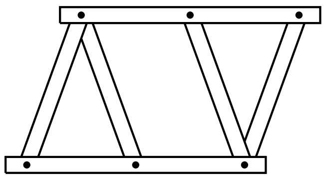
Nome ______________ *Cognome* ______________ *Classe* ________

1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*	*15*	*16*	*17*	*18*	*19*	*20*

1) Siano $a = \frac{0,1}{0,5}$, $b = \frac{0,5}{1}$, $c = \frac{1}{0,5}$; allora
(A) $a > b > c$ **(B)** $b > a > c$ **(C)** $c > a > b$ **(D)** $a > c > b$ **(E)** $c > b > a$.

2) Un cassetto contiene, alla rinfusa, 3 paia di calzini beige, 5 paia di calzini blu e 6 paia di calzini neri. Siete al buio. Quanti calzini al minimo dovete prendere per essere certi di averne una coppia dello stesso colore?
(A) 2 **(B)** 3 **(C)** 4 **(D)** 5 **(E)** 14.

3) Un tale ha 60 aste lunghe, 60 aste corte e 60 viti. Quanti oggetti identici a quello raffigurato a lato può costruire?



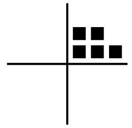
(A) 4
(B) 10
(C) 12
(D) 15
(E) 20.

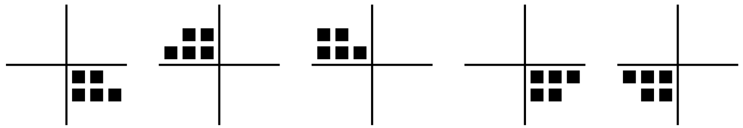
4) In un gruppo di 100 persone 70 parlano inglese, 45 spagnolo, 23 sia inglese che spagnolo. Quante di loro non parlano né inglese, né spagnolo?
(A) 8 **(B)** 25 **(C)** 30 **(D)** 55 **(E)** 77.

5) Archimede è nato nell'anno x avanti Cristo. Sapendo che $a = b$, $c = \frac{b}{3}$, $b = e$, $d = 49$, $e = a$, $a = 2001$, $x = c - 380$, quando è nato Archimede?
(A) 287 a.C. **(B)** 289 a.C. **(C)** 387 a.C. **(D)** 667 a.C. **(E)** 285 a.C.

6) Una ragazza compra una maglietta che costa 13,90 Euro e dà alla cassiera una banconota da 20 Euro. La cassiera sbaglia a calcolare il resto, e restituisce 13,90 Euro. Uscita dal negozio la ragazza si accorge dell'errore e, essendo onesta, rientra per restituire la parte non dovuta. Quanto dovrà restituire?
(A) 6 Euro **(B)** 6,80 Euro **(C)** 7,80 Euro **(D)** 12 Euro **(E)** 13,90 Euro.

7) Il diagramma a fianco viene ruotato attorno all'origine. Quale fra le seguenti è la figura che è stata ottenuta?





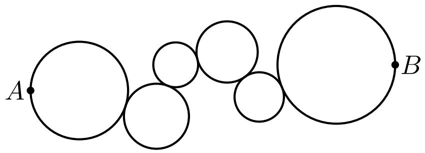
(A) **(B)** **(C)** **(D)** **(E)**

8) Si costruisce una scatola aperta incollando tra loro dei cubi di legno aventi spigolo 1 cm, le dimensioni esterne della scatola finita sono 10 cm × 10 cm × 10 cm. Qual è il numero minimo di cubi necessari per costruire la scatola?
(A) 400 **(B)** 412 **(C)** 424 **(D)** 440 **(E)** 500.

9) La soluzione della seguente equazione:
$$\frac{x+1}{1} + \frac{x+2}{2} + \frac{x+3}{3} + \cdots + \frac{x+2001}{2001} = 2001$$
è
(A) Qualunque numero x **(B)** 1001 **(C)** 10 **(D)** 1
(E) nessuna delle precedenti.

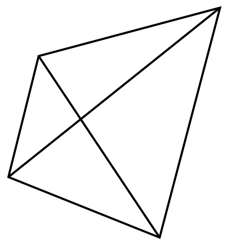
10) L'impiegato del censimento nell'isola dei Cavalieri e Furfanti deve determinare il tipo (Cavalieri o Furfanti) e il titolo di studio degli abitanti (i Furfanti mentono sempre, mentre i Cavalieri dicono sempre la verità). In un appartamento abitato da due coniugi ottiene solo queste risposte:
Marito: *siamo entrambi laureati.*
Moglie: *siamo entrambi furfanti.*
Quante caselle può riempire con sicurezza l'impiegato?
(A) 0 **(B)** 1 **(C)** 2 **(D)** 3 **(E)** 4.

11) Dati 6 cerchi tangenti come mostrato nella figura a fianco, si traccia un cammino da A a B che giace interamente sulle circonferenze e tale che nessun arco di circonferenza sia coperto più di una volta. Quanti sono i cammini possibili?
(A) 2 **(B)** 6 **(C)** 12 **(D)** 24 **(E)** 64.



12) Se x, y, z sono interi positivi diversi fra loro tali che $(xy)^2 = xyz$, quale fra i seguenti è un possibile valore per z?
(A) 1 **(B)** 5 **(C)** 9 **(D)** 11 **(E)** 16.

13) Quanti pentagoni si vedono nella figura a fianco?
(A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) 4
(E) 5.



14) Due interi hanno somma -4 e prodotto -21. Quanto vale il maggiore di tali interi?
(A) -7 **(B)** -3 **(C)** -1 **(D)** 3 **(E)** 7.

15) Lanciando due dadi regolari con dodici facce, numerate da 1 a 12, la probabilità che la somma dei valori delle facce sia 13 è:
(A) $\frac{1}{24}$ **(B)** $\frac{1}{12}$ **(C)** $\frac{13}{144}$ **(D)** $\frac{1}{6}$ **(E)** $\frac{13}{72}$.

16) Quante cifre ha, in base due, il numero 2001?
(A) 8 **(B)** 9 **(C)** 10 **(D)** 11 **(E)** 12.

17) Un foglio di carta di forma quadrata viene piegato in due parti uguali in modo da formare un rettangolo. Sapendo che il perimetro del rettangolo è di 18 cm, qual è l'area, in cm^2, del quadrato originario?
(A) 9 **(B)** 12 **(C)** 18 **(D)** 24 **(E)** 36.

18) Una famiglia composta dai due genitori e da due giovani figli vuole attraversare un fiume. La loro barchetta può portare al più due giovani o un solo adulto. Contando sia gli attraversamenti in un senso che quelli nell'altro, qual è il numero minimo di attraversamenti che la barchetta deve fare? (ovviamente la barca non può attraversare il fiume senza essere condotta).
(A) 5 **(B)** 6 **(C)** 7 **(D)** 8 **(E)** 9.

19) Si consideri il quadrato $ABCD$ di lato 24. Esterni al quadrato si costruiscano i triangoli isosceli AEB, CGD di lato 13 e basi AB e CD, e i triangoli isosceli BFC, DHA di lato 15 e basi BC, DA. Quanto vale l'area del quadrilatero $EFGH$?
(A) 357 **(B)** 714 **(C)** 912 **(D)** 952 **(E)** 1428.

20) Si considerino tutti i numeri di 8 cifre formati utilizzando una e una sola volta ognuna delle cifre 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9. Supponendo di farne il prodotto, qual è la cifra delle unità di quest'ultimo?
(A) 0 **(B)** 1 **(C)** 4 **(D)** 6 **(E)** 8.

PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA
U.M.I. UNIONE MATEMATICA ITALIANA
SCUOLA NORMALE SUPERIORE

I Giochi di Archimede - Gara Biennio

20 novembre 2002

1) *La prova consiste di 20 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E.*
2) *Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.*
3) *Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia.* NON È CONSENTITO L'USO DI ALCUN TIPO DI CALCOLATRICE.
4) *Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è 1 ora e mezza. Buon lavoro e buon divertimento.*

Nome ____________________ *Cognome* ____________________ *Classe* ________

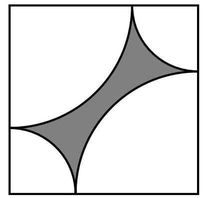
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*	*15*	*16*	*17*	*18*	*19*	*20*

1) Un vespista oculato, in un suo viaggio di 900 km, usa anche la ruota di scorta in modo che alla fine le tre ruote subiscano la stessa usura. Quanti km avrà percorso ogni ruota alla fine del viaggio?
(A) 300 **(B)** 450 **(C)** 500 **(D)** 600 **(E)** 750.

2) Un numero di due cifre viene sommato al numero ottenuto invertendo le sue cifre. Si divide quindi la somma ottenuta per la somma delle cifre del numero dato e si eleva al quadrato il risultato. Che numero si ottiene?
(A) 36 **(B)** 49 **(C)** 100 **(D)** 121 **(E)** dipende dalle cifre del numero dato.

3) Massimo vuole risparmiare sui calendari. Allora col computer ha stampato tanti fogli con i numeri dei giorni e di fianco a ciascun numero il giorno della settimana. Ad ogni mese, Massimo sceglie il foglio opportuno e vi appoggia sopra un'etichetta (removibile) con il nome del mese. Quanti fogli deve aver stampato come minimo, se vuole che il calendario possa essere usato per tutto il terzo millennio?
(A) 12 **(B)** 24 **(C)** 28 **(D)** 30 **(E)** 32.

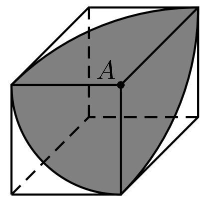
4) Nel quadrato a fianco, gli archi sono tutti dei quarti di circonferenze e hanno, a due a due, gli estremi in comune. Il rapporto fra il perimetro della figura in grigio e il perimetro del quadrato



(A) è $\frac{1}{4}$ **(B)** è $\frac{1}{\pi}$ **(C)** è $\frac{\pi}{4}$ **(D)** è $\frac{1}{2}$
(E) non può essere determinato con le informazioni date.

5) Una ruota avente diametro 5 cm è connessa ad un'altra ruota tramite una cinghia di trasmissione. La prima ruota a 1000 giri al minuto. Che diametro dovrà avere la seconda ruota per ruotare a 200 giri al minuto?
(A) 20 cm **(B)** 25 cm **(C)** 27 cm **(D)** 50 cm
(E) dipende dalla distanza fra gli assi delle ruote.

6) Da un vertice A di un cubo si tracciano degli archi di cerchio con centro in A e raggio pari al lato del cubo su ciascuna delle tre facce aventi un vertice in A. Qual è la frazione della superficie del cubo ombreggiata?



(A) $\frac{1}{4}$ **(B)** $\frac{3}{8}$ **(C)** $\frac{\pi}{8}$ **(D)** $\frac{\pi}{6}$
(E) dipende dal lato del cubo.

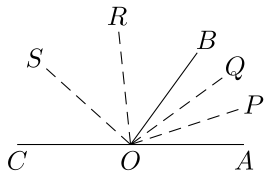
7) Quale delle seguenti espressioni è equivalente all'affermazione *"Fra tutti gli insegnanti, solo quelli con un coniuge ricco possiedono un'auto di lusso"*?
(A) *Se una persona possiede un'auto di lusso, allora essa è insegnante o ha un coniuge ricco.*
(B) *Se una persona è insegnante e ha un coniuge ricco, allora essa possiede un'auto di lusso.*
(C) *Se una persona è insegnante e possiede un'auto di lusso, allora essa ha un coniuge ricco.*
(D) *Se una persona ha un'auto di lusso, allora essa è un insegnante e ha un coniuge ricco.*
(E) *Se una persona ha un coniuge ricco, allora essa è un insegnante e possiede un'auto di lusso.*

8) Tre amiche vanno regolarmente al parco a correre: la prima ogni 10 giorni, la seconda ogni 15 e la terza ogni 14 giorni. Una domenica si trovano a correre insieme. Dopo quante domeniche si ritroveranno al parco per la prima volta a correre insieme?
(A) 22 **(B)** 25 **(C)** 30 **(D)** 70 **(E)** mai.

9) In una squadra di calcio vi sono 11 giocatori. L'età media è 22 anni. Durante una partita un giocatore viene espulso; l'età media dei giocatori rimasti diviene allora 21 anni. Che età ha il giocatore che è stato espulso?
(A) 22 anni **(B)** 23 anni **(C)** 28 anni **(D)** 32 anni **(E)** 33 anni.

10) Ad una competizione internazionale partecipano 600 ragazzi provenienti da 100 nazioni diverse e da ogni nazione provengono 6 ragazzi. Il giorno prima della gara si organizza un rinfresco in un enorme salone a cui partecipano tutti i concorrenti. Ciascuno fa la conoscenza di tutti gli altri (ad eccezione dei suoi connazionali che conosce già) stringendo loro la mano. Quante sono le strette di mano?
(A) 89100 **(B)** 178200 **(C)** 179700 **(D)** 356400 **(E)** 360000.

11) Un angolo $A\widehat{O}B$ viene trisecato dalle semirette OP, OQ; anche l'angolo $B\widehat{O}C$ (supplementare di $A\widehat{O}B$) viene trisecato dalle semirette OR, OS. Quanto vale l'angolo $Q\widehat{O}R$?
(A) 45° **(B)** 60° **(C)** 90°
(D) dipende dall'angolo $A\widehat{O}B$
(E) la costruzione non si può fare.



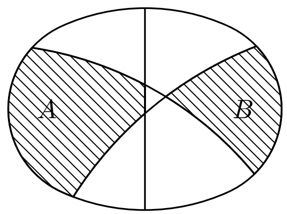
12) Fra le seguenti affermazioni:
(i) 3^{10} è un cubo;
(ii) 3^{10} è dispari;
(iii) 3^{10} è un quadrato;
quali sono quelle corrette?
(A) Solo (i) **(B)** solo (ii) **(C)** solo (iii) **(D)** (ii) e (iii) **(E)** tutte e tre.

13) In una vasca a forma di parallelepipedo con base quadrata di lato 40 cm viene immessa dell'acqua fino a raggiungere un livello di 30 cm. Poi viene completamente immerso nella vasca un cubo pieno di lato 20 cm. Qual è ora il livello dell'acqua?
(A) 32 cm **(B)** 32,5 cm **(C)** 35 cm **(D)** 40 cm **(E)** 50 cm.

14) L'Orue è una valuta che dispone di due sole monete, da 3 e da 11 centesimi. Qual è la massima cifra che non può essere pagata esattamente?
(A) 16 centesimi **(B)** 19 centesimi **(C)** 20 centesimi **(D)** 32 centesimi
(E) esistono cifre arbitrariamente grandi che non sono pagabili esattamente.

15) Immaginando di prolungare tutte le facce di un cubo, in quante regioni viene diviso tutto lo spazio (compreso l'interno del cubo)?
(A) 9 **(B)** 16 **(C)** 24 **(D)** 27 **(E)** 32.

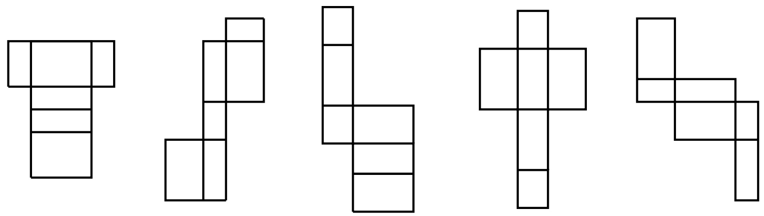
16) Le tre linee tracciate dividono, ciascuna, l'intera figura in due parti di ugual area. Si considerino le aree tratteggiate A e B. Quale delle seguenti affermazioni è vera?
(A) area(A) > area(B)
(B) area(A) = area(B)
(C) area(A) < area(B)
(D) la figura è impossibile
(E) non si può trarre alcuna conclusione.



17) Alberto ha a disposizione un gran numero di pesi da 1, 3 e 9 grammi. Volendo usarli per equilibrare una catenella da 16 grammi ponendoli solo su uno dei due piatti di una bilancia a bracci uguali, in quanti modi diversi può scegliere i pesi?
(A) 1 **(B)** 3 **(C)** 7 **(D)** 9 **(E)** 16.

18) Un canguro sale una scala di 500 gradini in questo modo: prima salta sul 3° scalino, poi indietro di 1, poi su di 5, indietro di 3, avanti di 7, giù di 5 e così via. Purtroppo uno scalino è pericolante e se il canguro vi saltasse sopra cadrebbe a terra. Il canguro riuscirà a salire fino in cima se lo scalino pericolante è:
(A) il 200° **(B)** il 201° **(C)** il 202° **(D)** il 203°
(E) il canguro cadrà comunque.

19) Quanti degli sviluppi disegnati sotto possono essere richiusi (effettuando le piegature lungo le linee segnate) in modo da ottenere delle scatole chiuse?
(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4 **(E)** 5.



20) Si hanno a disposizione sei pesi da 2, 3, 5, 7, 9, 10 ettogrammi. Cinque di essi vengono posti sui due piatti di una bilancia in modo che essa si trovi in equilibrio. Qual è il peso escluso?
(A) 2 **(B)** 3 **(C)** 5 **(D)** 10 **(E)** non si può determinare.

PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA
U.M.I. UNIONE MATEMATICA ITALIANA
SCUOLA NORMALE SUPERIORE

I Giochi di Archimede - Gara Biennio

Dedicati alla memoria di Franco Conti

19 novembre 2003

1) *La prova consiste di 20 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E.*
2) *Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.*
3) *Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia.* NON È CONSENTITO L'USO DI ALCUN TIPO DI CALCOLATRICE.
4) *Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è 1 ora e mezza. Buon lavoro e buon divertimento.*

Nome ____________________ *Cognome* ______________________ *Classe* ______

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

1) Quanto fa $0,032/0,8$?
(A) $0,0004$ **(B)** $0,004$ **(C)** $0,04$ **(D)** $0,4$ **(E)** 400.

2) Qual è il più grande degli interi positivi n tali che la media aritmetica dei numeri da 1 a n sia < 2003 ?
(Nota: la media aritmetica di n numeri è uguale alla loro somma divisa per n.)
(A) 2002 **(B)** 2003 **(C)** 4003 **(D)** 4004 **(E)** 4005.

3) Sia dato un quadrato $ABCD$ di lato unitario e sia P un punto interno ad esso tale che l'angolo $A\hat{P}B$ misuri 75°. La somma delle aree dei triangoli ABP e CDP è:
(A) 1 **(B)** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **(C)** $\frac{1}{2}$ **(D)** non si può determinare
(E) nessuna delle precedenti è corretta.

4) Si vogliono colorare le nove caselle di una scacchiera 3×3 in modo tale che ogni riga, ogni colonna e ognuna delle due diagonali non contengano più caselle dello stesso colore. Qual è il minimo numero di colori necessario?
(A) 3 **(B)** 4 **(C)** 5 **(D)** 6 **(E)** 7.

5) Un gelataio prepara 20 kg di gelato e lo rivende nel corso della giornata in coni piccoli da 1,20 € di due palline e coni grandi da 1,60 € di tre palline. Da ogni kg di gelato ha ricavato 12 palline; alla fine della giornata, ha incassato in totale 137,60 €. Quanti coni grandi ha venduto?
(A) 17 **(B)** 24 **(C)** 32 **(D)** 43 **(E)** 50.

6) Un venditore di palloncini ha a disposizione due bombole di elio uguali e dei palloncini piccoli e grandi. Utilizza tutta la prima bombola per gonfiare 80 palloncini piccoli, tutti alla stessa pressione. Considerato che da gonfi i palloncini grandi hanno la stessa forma e la stessa pressione dei piccoli, ma una superficie 4 volte più grande, quanti palloncini grandi può riempire con la seconda bombola?
(A) 10 **(B)** 16 **(C)** 20 **(D)** 24 **(E)** 40.

7) Ogni anno, al momento del pagamento delle tasse, l'utente fa una dichiarazione relativa all'anno in corso. Se la dichiarazione è vera, deve pagare le tasse; se è falsa, non le paga. Un giovane matematico, che ritiene il sistema iniquo, trova il modo di bloccarlo, con una delle seguenti dichiarazioni: quale?
(A) "I pesci vivono in acqua" **(B)** "Io vivo in acqua"
(C) "I pesci non pagano le tasse" **(D)** "Io non pago le tasse"
(E) "Io pago le tasse".

8) Il numero $\dfrac{1}{(3+\sqrt{2})(2+\sqrt{3})(3-\sqrt{2})(2-\sqrt{3})}$ è:
(A) Intero **(B)** razionale positivo, ma non intero
(C) razionale negativo, ma non intero
(D) irrazionale positivo **(E)** irrazionale negativo.

9) Un parallelogramma di lati 1 e 2 ha un angolo di 60°. Quanto misura la sua diagonale minore?
(A) $\sqrt{2}$ **(B)** $\sqrt{3}$ **(C)** $2\sqrt{2}$ **(D)** $2\sqrt{3}$ **(E)** $\frac{\sqrt{10}}{2}$.

10) Il più grande numero primo palindromo con un numero pari di cifre ha
(A) 2 cifre **(B)** 4 cifre **(C)** 10 cifre
(D) non esistono numeri con queste proprietà
(E) esistono numeri grandi a piacere con queste proprietà.
Nota: un numero si dice palindromo se può essere letto indifferentemente da sinistra a destra o da destra a sinistra. Per esempio, 141 e 2552 sono palindromi, mentre 1231 non lo è.

11) Un parallelepipedo a base quadrata è inscritto in una sfera. Se il lato di base è $\frac{1}{4}$ dell'altezza, quanto vale il rapporto tra la superficie della sfera e la superficie totale del parallelepipedo?
(A) π **(B)** $\frac{\pi}{4}$ **(C)** 2π **(D)** $\frac{\pi}{2}$ **(E)** dipende dal raggio della sfera.

12) Quattro ragazzi vogliono telefonare tutti contemporaneamente alle rispettive ragazze. Ogni cellulare può funzionare su quattro frequenze distinte. Se due cellulari si attivano sulla stessa frequenza la comunicazione cade. Se ogni ragazzo non sa che frequenza scelgono gli altri tre, qual è la probabilità che tutti e quattro riescano a parlare con le loro ragazze?
(A) $\frac{3}{32}$ **(B)** $\frac{3}{64}$ **(C)** $\frac{1}{256}$ **(D)** $\frac{1}{16}$ **(E)** $\frac{9}{128}$.

13) Giulio vuole stupire Damiano con le sue capacità divinatorie. Per questo gli fornisce un elenco di alcuni numeri di due cifre e gli dice di sceglierne uno. Giulio chiede a Damiano la somma delle cifre del numero, ed è così sicuro di poterlo indovinare. Al massimo da quanti numeri era composto l'elenco iniziale?
(A) 9 **(B)** 10 **(C)** 11 **(D)** 17 **(E)** 18.

14)

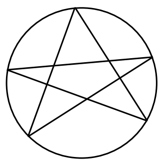
In questo rettangolo c'è esattamente una affermazione falsa.
In questo rettangolo ci sono esattamente due affermazioni false.
In questo rettangolo ci sono esattamente tre affermazioni false.
In questo rettangolo ci sono esattamente quattro affermazioni false.

Quante affermazioni vere ci sono nel rettangolo?
(A) 0 **(B)** 1 **(C)** 2 **(D)** 3 **(E)** 4.

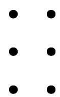
15) Quanti sono i numeri interi positivi n per i quali $8n + 50$ è un multiplo di $2n + 1$?
(A) Nessuno **(B)** 1 **(C)** 2 **(D)** 5 **(E)** 10.

16) Se p, q, r sono tre numeri reali, $p \times (q + r) = (p \times q) + (p \times r)$ è sempre vero. In quali casi si ha anche $p + (q \times r) = (p + q) \times (p + r)$?
(A) Se e solo se $p = q = r = \frac{1}{3}$ oppure $p = 0$ **(B)** se e solo se $p = q = r$
(C) mai **(D)** se e solo se $p + q + r = 1$ oppure $p = 0$
(E) se e solo se $p = q = r = 0$.

17) Sia data una stella a cinque punte inscritta in una circonferenza. Quanto vale la somma degli angoli con vertice nelle punte della stella?
(A) 100° **(B)** 150° **(C)** 180° **(D)** 200°
(E) i dati a disposizione sono insufficienti.

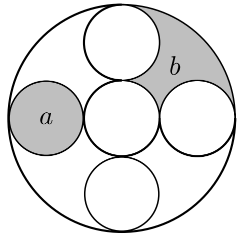


18) Sono dati 6 punti disposti come nella figura a fianco. Quanti sono i possibili triangoli non degeneri che hanno i vertici in tre dei punti dati?
(A) 12 **(B)** 15 **(C)** 16 **(D)** 18 **(E)** 24.



19) Giovanni ha bevuto troppo e comincia a camminare in modo strano:
– fa 1 passo in avanti;
– poi si volta di 90° verso destra e fa 2 passi in avanti;
– poi si volta di 90° verso destra e fa 1 passo in avanti;
– poi si volta di 90° verso sinistra e fa 1 passo all'indietro;
– dopo di che ricomincia da capo.
Ogni passo è di 1 metro. Dopo 186 passi cade a terra svenuto. A quanti metri da dove era partito finisce la passeggiata di Giovanni?
(A) 0 **(B)** 1 **(C)** 2 **(D)** $\sqrt{5}$ **(E)** 4.

20) Dette a e b le aree delle figure in grigio, dire quale fra le seguenti relazioni è valida (tutti i cerchi piccoli hanno lo stesso raggio r, e i 4 tangenti a quello grande hanno i centri sui vertici di un quadrato).
(A) $a < b$, qualunque sia r **(B)** $a = b$, qualunque sia r
(C) $a > b$, qualunque sia r
(D) $a < b$ oppure $a = b$, dipende dal valore di r
(E) $a > b$ oppure $a = b$, dipende dal valore di r.



PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA
U.M.I. UNIONE MATEMATICA ITALIANA
SCUOLA NORMALE SUPERIORE

I Giochi di Archimede - Gara Biennio

17 novembre 2004

1) *La prova consiste di 20 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E.*
2) *Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.*
3) *Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia.* NON È CONSENTITO L'USO DI ALCUN TIPO DI CALCOLATRICE.
4) *Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è 1 ora e mezza. Buon lavoro e buon divertimento.*

Nome ____________ *Cognome* ____________ *Classe* ______

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

1) Secondo una recente statistica, ogni italiano mangia in media 30 kg di pasta all'anno. Sapendo che la popolazione italiana è di 57 milioni di abitanti, quante tonnellate di pasta si consumano in Italia ogni anno?
(A) meno di 1000, **(B)** più di 1000, ma meno di 10 mila, **(C)** più di 10 mila, ma meno di 100 mila, **(D)** più di 100 mila, ma meno di 1 milione, **(E)** più di 1 milione.

2) Luigi ha 4 anni più di Silvio che, a sua volta, ha 3 anni più di Carlo. Se complessivamente hanno 34 anni, quanti anni ha il più grande?
(A) 12, **(B)** 15, **(C)** 17, **(D)** 18, **(E)** 20.

3) Tarzan vuole tenere il suo leone in una radura di forma circolare avente raggio 12 metri e con un alto albero nel centro. Per fare in modo che il leone non scappi, lo lega con una catena all'albero centrale, ma al momento di fissarla si accorge che la catena è lunga 13 metri anziché 12. Non potendo in alcuna maniera accorciare la catena, decide di legarla più in alto, in modo che il leone possa raggiungere il limite della radura, senza uscirne. A quanti metri di altezza dal suolo Tarzan lega la catena? (Si trascurino il diametro dell'albero e, solo per questo esercizio, le dimensioni del leone).
(A) 1, **(B)** 2, **(C)** 3, **(D)** 4, **(E)** 5.

4) Se $a+1=b-2=c+3=d-4$, qual è il piú piccolo dei numeri a, b, c, d?
(A) a, **(B)** b, **(C)** c, **(D)** d, **(E)** non si può stabilire in base ai dati del problema.

5) Ad una gara matematica partecipano 1200 candidati. Il 40% di essi riceve una medaglia (d'oro, d'argento o di bronzo). Il numero di medaglie di bronzo è triplo di quello di medaglie d'oro; il numero di medaglie d'argento è doppio di quello di medaglie d'oro. Quante sono le medaglie d'argento?
(A) 120, **(B)** 144, **(C)** 160, **(D)** 180, **(E)** nessuna delle precedenti.

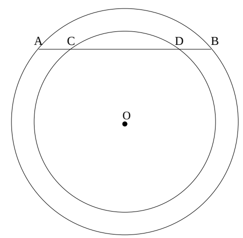
6) Tre amici stanno conversando. Uno di loro dice: "Almeno due di noi sono bugiardi." Un altro ribatte: "Non è vero!". Quanti sono i bugiardi?
(A) 1, **(B)** 2, **(C)** 3, **(D)** i dati sono incongruenti, **(E)** non si può determinare in modo univoco.

7) a, b e c sono tre numeri naturali. Sappiamo che a è divisibile per 15, b è divisibile per 12 e c è divisibile per 21. Quale delle seguenti affermazioni è certamente vera?
(A) $a^2+b^2+c^2$ è divisibile per 18, **(B)** $a+b+c$ è divisibile per 9, **(C)** $a+b+c$ è divisibile per 2, **(D)** $(a+b+c)^2$ è divisibile per 9, **(E)** $a^2+b^2+c^2$ è divisibile per 15.

8) Sulla lavagna è scritto inizialmente il numero 1. Successivamente, dieci studenti a turno cancellano il numero che trovano sulla lavagna e lo sostituiscono con il suo doppio aumentato di 1. Qual è il numero che resta sulla lavagna alla fine?
(A) 31, **(B)** $2^{11}+1$, **(C)** $2^{11}-1$, **(D)** 3^{10}, **(E)** 2005.

9) Marco deve recarsi una volta all'anno, per lavoro, in un lontano Paese dalla dissestata economia, nel quale da un anno all'altro i prezzi raddoppiano. Tuttavia la moneta di quel Paese perde ogni anno il 30 per cento del suo valore rispetto all'Euro. La spesa (in Euro) sostenuta da Marco per il suo soggiorno nel 2004 risulta pertanto
(A) minore di quella del 2002, **(B)** uguale a quella del 2002, **(C)** superiore a quella del 2002, ma minore del doppio di essa, **(D)** uguale al doppio della spesa del 2002, **(E)** uguale al quadruplo della spesa del 2002.

10) Quanto è lunga la corda AB sapendo che $AB = 2CD$ e che i raggi dei due cerchi concentrici sono 5 metri e 4 metri?
(A) $2\sqrt{2}$ m, **(B)** $2\sqrt{3}$ m, **(C)** $3\sqrt{3}$ m, **(D)** $4\sqrt{3}$ m, **(E)** dipende dall'inclinazione della corda.

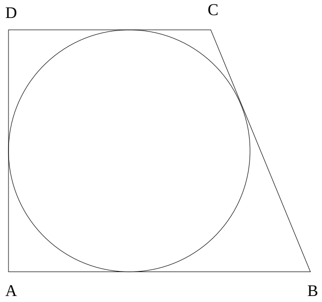


11) Quante sono le coppie ordinate di numeri naturali (x, y), $x > 0$ e $y > 0$, tali che $5 < x + y \leq 10$? (Attenzione: si considerano coppie ordinate, quindi, ad esempio,

le coppie $(3, 4)$ e $(4, 3)$ sono distinte tra loro).
(A) 20, **(B)** 25, **(C)** 30, **(D)** 35, **(E)** nessuna delle precedenti.

12) Michele si prepara all'ultimo compito in classe di matematica dell'anno; lo affronta con tranquillità, sapendo che se prenderà 10 avrà la media del 9, mentre prendendo 5 la media diverrà 8. Quanti compiti ha già fatto quest'anno Michele?
(A) 2, **(B)** 3, **(C)** 4, **(D)** 5, **(E)** i dati non sono sufficienti per dare la risposta.

13) Il trapezio rettangolo $ABCD$ contiene una circonferenza di raggio 1 metro, tangente a tutti i suoi lati. Sapendo che il lato obliquo BC è lungo 7 metri, trovare l'area del trapezio.
(A) 8 metri quadrati, **(B)** 9 metri quadrati, **(C)** 10 metri quadrati, **(D)** 11 metri quadrati, **(E)** non si può ricavare dai dati del problema.

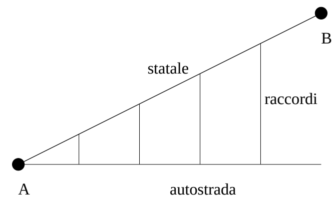


14) Venti soffici cuscini quadrati sono impilati uno sopra l'altro. Ogni cuscino pesa 500g ed ha inizialmente uno spessore di 30cm. Nella pila, però, lo spessore di ogni cuscino si riduce in ragione di 2cm per ogni chilo di peso sopra di esso (1cm per ogni mezzo chilo). Quanto è alta la pila di cuscini?
(A) 220cm, **(B)** 410cm, **(C)** 490cm, **(D)** 581cm, **(E)** mancano dati per poter rispondere.

15) Una cassetta di legno, senza coperchio, è fabbricata con tavole spesse 2 cm. Se le dimensioni esterne della base (rettangolare) sono 38 cm e 44 cm e l'altezza esterna è 47 cm, di quanti centimetri cubi è il volume interno della cassetta?
(A) 61200 cm^3, **(B)** 63920 cm^3, **(C)** 68040 cm^3, **(D)** 75240 cm^3, **(E)** 78584 cm^3.

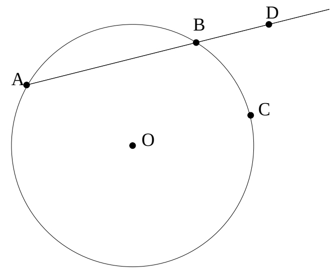
16) Dieci amici decidono di giocare una partita di calcetto, cinque contro cinque. Sapendo che vi sono due terne di fratelli, e che i tre fratelli Ambrosio desiderano giocare tutti nella squadra A mentre i tre fratelli Bianchi desiderano giocare tutti nella squadra B, in quanti differenti modi si possono formare le due squadre?
(A) 3, **(B)** 6, **(C)** 15, **(D)** 24, **(E)** 30.

17) Un automobilista deve andare dalla città A alla città B, distanti tra loro 50 km in linea d'aria, e vuole impiegare il minor tempo possibile. Può percorrere la strada statale che collega direttamente A a B, oppure può percorrere un tratto di autostrada, che passa da A e forma con la statale un angolo di 30 gradi, e prendere uno dei raccordi che partono ortogonalmente dall'autostrada e arrivano sulla statale (vedi figura).



In tutto ci sono 4 raccordi, rispettivamente dopo 10, 20, 30 e 40 km da A. Sull'autostrada la velocità massima consentita è 130 chilometri all'ora, sulla statale e sui raccordi è 90 chilometri all'ora. Quale scelta è più conveniente?
(A) percorrere solo la statale, **(B)** percorrere l'autostrada fino al primo raccordo, quest'ultimo e poi la statale, **(C)** percorrere l'autostrada fino al secondo raccordo, quest'ultimo e poi la statale, **(D)** percorrere l'autostrada fino al terzo raccordo, quest'ultimo e poi la statale, **(E)** percorrere l'autostrada fino al quarto raccordo, quest'ultimo e poi la statale.

18) Siano A, B, C tre punti su una circonferenza di centro O. Sia D un punto esterno alla circonferenza, situato sulla retta AB dalla parte di B. Sapendo che $\widehat{CBD} = 72^o$, quanto misura l'angolo $\widehat{AOC}$?
(A) 135^o, **(B)** 144^o, **(C)** 153^o, **(D)** 162^o, **(E)** 171^o.



19) Quanti sono i multipli di 5 fra i numeri interi di 4 cifre che si scrivono senza usare altre cifre all'infuori di 0, 1, 2, 3, 4, 5 ? (È consentito impiegare più volte la stessa cifra; 0 non può essere la cifra iniziale).
(A) 180, **(B)** 216, **(C)** 360, **(D)** 396, **(E)** 1080.

20) Sia data nel piano una circonferenza di raggio 3. Consideriamo tutti i punti P del piano tali che la circonferenza di centro P e raggio 2 interseca in almeno un punto la circonferenza data. Questi punti formano
(A) la circonferenza data, **(B)** una circonferenza più grande di quella data, **(C)** un cerchio, **(D)** una corona circolare, **(E)** l'unione di due circonferenze concentriche.

PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA
U.M.I. UNIONE MATEMATICA ITALIANA
SCUOLA NORMALE SUPERIORE

I Giochi di Archimede - Gara Biennio

23 novembre 2005

1) La prova consiste di 20 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E.
2) Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.
3) Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. NON È CONSENTITO L'USO DI ALCUN TIPO DI CALCOLATRICE.
4) Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è un'ora e mezza. Buon lavoro e buon divertimento.

Nome ____________________ *Cognome* ______________________ *Classe* ______

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

1) Quante cifre ha il numero $2^3 \cdot 5^4 \cdot 10^5$?
(A) Sei, **(B)** sette, **(C)** otto, **(D)** nove, **(E)** nessuna delle precedenti.

2) $\sqrt{12^{12}}$ è uguale a:
(A) 6^6, **(B)** $12^{2\sqrt{3}}$, **(C)** $2^{12}\,3^6$, **(D)** 6^{12}, **(E)** nessuno dei numeri precedenti.

3) Qual è il valore massimo che può assumere il numero $a(b+c) - b(a+c)$ quando a, b e c sono numeri interi distinti tra loro, maggiori o uguali a 1 e minori o uguali a 10?
(A) 80, **(B)** 81, **(C)** 84 **(D)** 90, **(E)** 100.

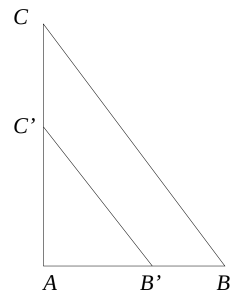
4) La nonna Lucia ha portato un cestino con 120 ciliege ai suoi tre nipoti, Jacopo di 4 anni, Martino di 7 anni e Duccio di 9 anni. La nonna distribuisce tutte le ciliege ai nipoti secondo questo criterio: dà a ciascun nipote un numero di ciliege ottenuto moltiplicando l'età del nipote per un certo fattore, e questo fattore è lo stesso per tutti e tre i nipoti. Quante ciliege vengono date a Jacopo?
(A) 20, **(B)** 21, **(C)** 22, **(D)** 23, **(E)** 24.

5) Un atollo ha la forma di una corona circolare delimitata da due circonferenze concentriche di raggi 1 km e 6 km rispettivamente. Giovanni e Marco sono i soli abitanti dell'atollo; dopo un temporale che ha distrutto le loro capanne, essi decidono di ricostruirle il più lontano possibile l'una dall'altra, in modo però che esista un percorso rettilineo che le congiunge e che giace interamente sull'atollo. Quanto disteranno tra loro le capanne di Giovanni e Marco? (Supponete che le due circonferenze che delimitano l'atollo facciano parte di esso).
(A) $\dfrac{\sqrt{35}}{2}$ km, **(B)** $\dfrac{\sqrt{37}}{2}$ km, **(C)** $\sqrt{37}$ km, **(D)** $2\sqrt{35}$ km, **(E)** $2\sqrt{37}$ km.

6) Una stanza rettangolare ha le pareti rivolte nelle direzioni dei quattro punti cardinali e ci sono quattro porte d'accesso. Tre persone si trovano nella stanza e fanno le seguenti affermazioni. Prima persona: "Non ci sono porte sulla parete Sud". Seconda persona: "Ci sono porte solo sulla parete Nord". Terza persona: "Su ogni parete c'è al massimo una porta". Che cosa si può dire per certo delle affermazioni fatte?
(A) L'affermazione fatta dalla prima persona è vera, **(B)** l'affermazione fatta dalla seconda persona è vera, **(C)** l'affermazione fatta dalla terza persona è vera, **(D)** almeno una affermazione è falsa, **(E)** non si può dire niente di certo sulle affermazioni fatte.

7) Alla fine di un campionato di calcio a 20 squadre (in cui ogni squadra gioca contro ogni altra squadra esattamente due partite) i Matematici hanno vinto 19 partite, ne hanno pareggiate 12 e ne hanno perse 7. L'allenatore osserva che si ha 19=12+7. Per una generica squadra del campionato indichiamo con (v, n, p) la terna formata dal numero di vittorie, pareggi e sconfitte rispettivamente, ottenuti nel campionato. Per quante terne distinte può accadere che $v = n + p$? (Attenzione: le terne sono ordinate, quindi, ad esempio, $(19, 12, 7)$ e $(19, 7, 12)$ sono da considerarsi distinte).
(A) 19, **(B)** 20, **(C)** 38, **(D)** 40, **(E)** nessuna delle precedenti.

8) Il triangolo ABC è rettangolo ed i cateti AB e AC misurano 3 m e 4 m rispettivamente. Siano B' e C' punti appartenenti ai lati AB e AC rispettivamente, tali che la retta contenente il segmento $B'C'$ sia parallela a quella contenente il segmento BC e distante 1 m da essa (vedi figura). Calcolare l'area del triangolo $AB'C'$.
(A) $\dfrac{49}{24}$ m^2, **(B)** 2 m^2, **(C)** $\dfrac{65}{24}$ m^2, **(D)** $\dfrac{7}{2}$ m^2, **(E)** nessuna delle precedenti.



9) Comunque si prenda un numero naturale n, il numero $(n+2)(n+3)(2n+5)$ è divisibile per:
(A) 4, **(B)** 6, **(C)** 9, **(D)** 10, **(E)** 15.

10) Per quante coppie ordinate (a, b) di numeri interi accade che il loro prodotto sia uguale alla loro somma?
(A) Nessuna, **(B)** una, **(C)** due, **(D)** quattro, **(E)** più di quattro.

11) Fabio ritrova un vecchio lucchetto a combinazione; per aprire il lucchetto bisogna allineare nell'ordine giusto tre cifre, ciascuna delle quali può variare da 0 a 9. Fabio non ricorda la combinazione corretta, ma è sicuro che la somma delle tre cifre sia 10. Quanti tentativi dovrà fare, al massimo, per trovare la combinazione corretta?
(A) 61, **(B)** 63, **(C)** 65, **(D)** 67, **(E)** 69.

12) In un triangolo, per ogni coppia di lati consecutivi, i due assi dei lati e la bisettrice dell'angolo formato dai due lati si incontrano in uno stesso punto. Possiamo affermare che:
(A) non esiste un triangolo con questa proprietà, **(B)** il triangolo è equilatero, **(C)** il triangolo ha un angolo di 30°, **(D)** il triangolo è rettangolo, **(E)** il triangolo ha un angolo di 45°.

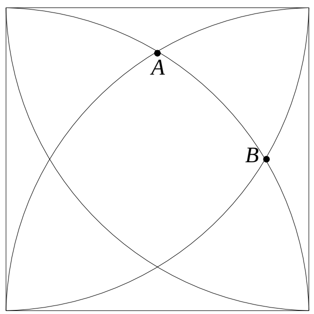
13) Quanti sono i numeri interi maggiori o uguali a 1 e minori o uguali a 100 che sono uguali al quadrato del numero dei propri divisori positivi? (Attenzione: tra i divisori di un numero vi sono anche 1 ed il numero stesso).
(A) 0, **(B)** 1, **(C)** 2, **(D)** 3, **(E)** 4.

14) Per ogni numero intero n compreso tra 10 e 99, estremi inclusi, si sommano il prodotto delle sue cifre e la somma delle sue cifre, ottenendo così un nuovo numero $S(n)$. Per quanti n accade che $S(n) = n$?
(A) 8, **(B)** 9, **(C)** 10, **(D)** 11, **(E)** 12.

15) Due cerchi hanno raggi lunghi 1 m e 3 m rispettivamente. Sapendo che esistono due rette ortogonali tra loro, ciascuna tangente ad entrambi i cerchi, qual è il minimo valore possibile della distanza tra i due centri?
(A) $\sqrt{2}$ m, **(B)** $2\sqrt{2}$ m, **(C)** $(\sqrt{2}+\sqrt{5})$ m, **(D)** $2\sqrt{5}$ m, **(E)** $4\sqrt{2}$ m.

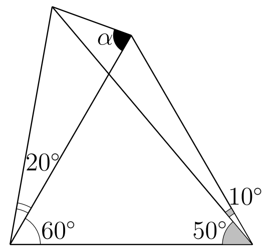
16) Andrea non ha fatto gli esercizi per casa e per punizione la maestra gli assegna come compito quello di scrivere sul quaderno tutti i numeri compresi tra 1 e 2005, estremi inclusi (ogni numero deve essere scritto una sola volta). Quante cifre dovrà scrivere in tutto Andrea?
(A) 6900, **(B)** 6903, **(C)** 6910, **(D)** 6913, **(E)** 6923.

17) Nel quadrato in figura sono stati disegnati i quattro archi di circonferenza, ciascuno avente centro in uno dei vertici del quadrato e raggio pari al lato del quadrato, che misura 10 m. Quanto vale la distanza tra i punti A e B?
(A) $3(\sqrt{6}-1)$ m, **(B)** 5 m, **(C)** $5(\sqrt{6}-\sqrt{2})$ m,
(D) $8(\sqrt{3}-1)$ m, **(E)** nessuna delle precedenti.



18) In un grande ufficio ci sono 84 impiegati, ciascuno dei quali conosce almeno una lingua tra l'inglese e il tedesco; inoltre, il 20% di coloro che parlano l'inglese parla anche il tedesco, e l'80% di coloro che parlano il tedesco parla anche l'inglese. Quanti sono gli impiegati di quell'ufficio che conoscono entrambe le lingue?
(A) 12, **(B)** 14, **(C)** 15, **(D)** 16, **(E)** 18.

19) Nella figura qui a fianco, quanto misura l'angolo α?
(A) 70°, **(B)** 75°, **(C)** 80°, **(D)** 90°, **(E)** non può essere determinato coi soli dati forniti.



20) In ciascuna delle seguenti catene di disuguaglianze compaiono gli stessi cinque numeri; quale di esse è completamente vera?
(A) $2^{3^2} < 2^{3^3} < 3^{2^2} < 3^{2^3} < 3^{3^2}$, **(B)** $3^{2^2} < 3^{2^3} < 2^{3^2} < 2^{3^3} < 3^{3^2}$,
(C) $3^{2^2} < 3^{2^3} < 2^{3^2} < 3^{3^2} < 2^{3^3}$, **(D)** $3^{2^2} < 2^{3^2} < 3^{2^3} < 2^{3^3} < 3^{3^2}$,
(E) $3^{2^2} < 2^{3^2} < 3^{2^3} < 3^{3^2} < 2^{3^3}$.

PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA
U.M.I. UNIONE MATEMATICA ITALIANA
SCUOLA NORMALE SUPERIORE

I Giochi di Archimede - Gara Biennio

22 novembre 2006

1) *La prova consiste di 20 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E.*
2) *Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.*
3) *Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia.* NON È CONSENTITO L'USO DI ALCUN TIPO DI CALCOLATRICE.
4) *Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è un'ora e mezza. Buon lavoro e buon divertimento.*

Nome ____________________ *Cognome* ______________________ *Classe* ______

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

1) La somma di due numeri a e b è uguale a zero. Sapendo che esiste un numero c tale che $a = \frac{c}{2}$ e $b = -\frac{c}{3}$, dire quanto vale a.
(A) -6, **(B)** -3, **(C)** -2, **(D)** 0, **(E)** 2.

2) Claudia ha disegnato sul quaderno l'iniziale del suo nome, una C. Il disegno è stato fatto tagliando esattamente a metà una corona circolare con raggio interno 1 cm e raggio esterno 4 cm. Quanto misura il perimetro della C?
(A) 5 cm, **(B)** 5π cm, **(C)** $(6+5\pi)$ cm, **(D)** $(5+6\pi)$ cm, **(E)** $(6+10\pi)$ cm.

3) Quanti divisori positivi ha il numero $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$? (Tra i divisori di un numero devono essere contati anche 1 e il numero stesso.)
(A) 4, **(B)** 8, **(C)** 10, **(D)** 12, **(E)** 16.

4) Paolo ha acquistato un oggetto ottenendo lo sconto del 15% sul prezzo originale e lo ha pagato 106,25 Euro. Qual era il prezzo originale?
(A) Meno di 123 Euro, **(B)** 124 Euro, **(C)** 125 Euro, **(D)** 127 Euro, **(E)** più di 128 Euro.

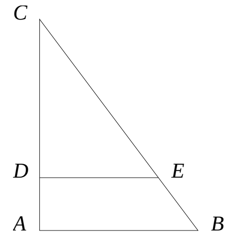
5) Simone scrive sulla lavagna il numero 3, poi lo cancella e lo sostituisce con il suo quadrato, 9, poi cancella il 9 e lo sostituisce con il suo quadrato, 81. Ripete questa operazione per 2006 volte in totale: ogni volta sostituisce il numero scritto con il suo quadrato. Qual è la cifra delle unità dell'ultimo numero scritto?
(A) 1, **(B)** 3, **(C)** 5, **(D)** 7, **(E)** 9.

6) In un rettangolo di area 150 m^2 la misura della base è uguale ai $\frac{3}{2}$ di quella dell'altezza. Quanto misura il perimetro del rettangolo?
(A) 50 m, **(B)** 54 m, **(C)** 60 m, **(D)** 64 m, **(E)** 70 m.

7) Quanti sono i multipli di 3 maggiori o uguali di 2000 e minori o uguali di 4000?
(A) 666, **(B)** 667, **(C)** 668, **(D)** 669, **(E)** 670.

8) Mettere in ordine crescente i tre numeri 3, $\sqrt{10}$, $\sqrt{2}+\sqrt{3}$.
(A) $3 < \sqrt{10} < \sqrt{2}+\sqrt{3}$, **(B)** $\sqrt{2}+\sqrt{3} < 3 < \sqrt{10}$, **(C)** $\sqrt{10} < \sqrt{2}+\sqrt{3} < 3$, **(D)** $3 < \sqrt{2}+\sqrt{3} < \sqrt{10}$, **(E)** $\sqrt{2}+\sqrt{3} < \sqrt{10} < 3$.

9) Nella figura a fianco, il segmento DE è parallelo ad AB. Sapendo che l'area di DEC è uguale ai $\frac{3}{4}$ di quella di ABC e che AC misura 1 m, quanto misura DC?
(A) $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$ m, **(B)** $(2-\sqrt{3})$ m, **(C)** $\frac{\sqrt{3}}{3}$ m, **(D)** $\frac{3}{4}$ m, **(E)** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ m.



10) In un sacchetto ci sono alcune biglie. Maria dice: "Nel sacchetto ci sono in tutto tre biglie e sono nere". Luca dice: "Nel sacchetto ci sono due biglie nere e due biglie rosse". Giorgio dice: "Nel sacchetto ci sono solo biglie nere". Sapendo che uno solo dei tre ha mentito, quante biglie ci sono nel sacchetto?
(A) una, **(B)** due, **(C)** tre, **(D)** quattro, **(E)** non è possibile determinarne il numero in base ai dati del problema.

11) Dato un quadrato $ABCD$ si uniscono i punti medi dei lati aventi un vertice in comune formando un nuovo quadrato $EFGH$. Ripetiamo la stessa operazione per $EFGH$ e otteniamo un nuovo quadrato $A'B'C'D'$. Quanto vale il rapporto tra l'area di $ABCD$ e l'area di $A'B'C'D'$?
(A) 2, **(B)** $2\sqrt{2}$, **(C)** 4, **(D)** $4\sqrt{2}$, **(E)** 8.

12) In quanti modi distinti si possono ordinare le lettere L, A, P, I, S, in modo che la prima e l'ultima lettera siano vocali?
(A) 6, **(B)** 8, **(C)** 10, **(D)** 12, **(E)** 24.

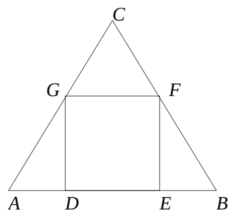
13) In una associazione ogni socio ha diritto a votare il presidente. L'attuale presidente è stato eletto con un numero di voti doppio di quelli ottenuti dal suo unico avversario. Sapendo che tre soci non hanno votato e che il presidente eletto ha ottenuto il 64% dei voti degli aventi diritto, stabilire quanti sono in tutto i soci.
(A) 69, **(B)** 75, **(C)** 81, **(D)** 87, **(E)** 99.

14) In una scacchiera 8×8 le righe e le colonne sono numerate da 1 a 8. Su ogni casella Mauro appoggia dei gettoni secondo questa regola: guarda il numero di riga e di colonna corrispondenti alla casella, li somma e mette sulla casella tanti gettoni quanto è il risultato della somma. Quanti gettoni appoggia in tutto?
(A) 482, **(B)** 576, **(C)** 768, **(D)** 1024, **(E)** 1152.

15) Ogni ora il patrimonio di zio Paperone aumenta del 50%. Se alle 12 di un certo giorno Paperone possiede 64 fantastiliardi, quale sarà il suo patrimonio alle 16 dello stesso giorno?
(A) 192 fantastiliardi, **(B)** 256 fantastiliardi, **(C)** 324 fantastiliardi,
(D) 486 fantastiliardi, **(E)** 1024 fantastiliardi.

16) Tra i 200 alunni di una scuola, 150 hanno partecipato ad una gara di chimica e 130 hanno partecipato ad una gara di fisica. Quanti studenti hanno partecipato ad entrambe le gare?
(A) 70, **(B)** 80, **(C)** 120, **(D)** 130, **(E)** non è possibile determinarne il numero in base ai dati del problema.

17) Nella figura a fianco il triangolo ABC è equilatero e ha lato 1 m e $DEFG$ è un quadrato. Quanto misura il lato DE?
(A) $\frac{1}{3}$ m, **(B)** $(2\sqrt{3}-3)$ m, **(C)** $\frac{1}{2}$ m,
(D) $\frac{1+\sqrt{3}}{4}$ m, **(E)** $(\sqrt{3}-1)$ m.



18) Consideriamo tutti i numeri di quattro cifre formati dalle cifre 3, 4, 6, 7, disposte in un ordine qualsiasi e senza che nessuna cifra sia ripetuta. Quanti di questi sono divisibili per 44?
(A) 0, **(B)** 1, **(C)** 2, **(D)** 3, **(E)** 4.

19) Se x è soluzione dell'equazione

$$\frac{x+1}{1} + \frac{x+2}{2} + \frac{x+3}{3} + \ldots + \frac{x+100}{100} = 100$$

allora:
(A) $x = -2$, **(B)** $-1 \leq x \leq 1$, **(C)** $x = \frac{3}{2}$, **(D)** $x = 2$, **(E)** $x \geq 3$.

20) Sia Q un cubo e sia S una sfera che ha centro in uno dei vertici di Q e raggio uguale al lato di Q. Il volume dell'intersezione tra Q e S è:
(A) un ottavo del volume della sfera, **(B)** un quarto del volume della sfera,
(C) un sesto del volume del cubo, **(D)** un quarto del volume del cubo,
(E) metà del volume del cubo.

PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA
U.M.I. UNIONE MATEMATICA ITALIANA
MINISTERO DELLA PUBBLICA ISTRUZIONE
SCUOLA NORMALE SUPERIORE

I Giochi di Archimede - Gara Biennio

21 novembre 2007

1) La prova consiste di 20 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E.
2) Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.
3) Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. NON È CONSENTITO L'USO DI ALCUN TIPO DI CALCOLATRICE.
4) Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è un'ora e mezza. Buon lavoro e buon divertimento.

Nome ____________________ *Cognome* ______________________ *Classe* ______

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

1) Un calciatore riceve un compenso annuale di 6.000.000 Euro per il 2007. La durata di tempo in cui egli guadagna 1000 Euro è:
(A) minore di mezz'ora, **(B)** compresa tra mezz'ora e un'ora, **(C)** compresa tra un'ora e due ore, **(D)** compresa tra due ore e quattro ore, **(E)** maggiore di quattro ore.

2) Un triangolo equilatero e un quadrato hanno lo stesso perimetro. Quanto vale il rapporto tra la lunghezza di un lato del quadrato e quella di un lato del triangolo?
(A) $\frac{1}{2}$, **(B)** $\frac{2}{3}$, **(C)** $\frac{3}{4}$, **(D)** 1, **(E)** $\frac{8}{3}$.

3) Un giornale costa 0,90 Euro; a chi lo acquista viene offerto un supplemento facoltativo del costo di 1,50 Euro. A fine giornata sono state vendute 333 copie del giornale e l'incasso complessivo della vendita del giornale e dei relativi supplementi è stato di 539,70 Euro. Quanti supplementi sono stati acquistati?
(A) Meno di 66, **(B)** più di 67 e meno di 132, **(C)** più di 133 e meno di 200, **(D)** più di 201 e meno di 266, **(E)** più di 266.

4) Nel piano ci sono due file di 14 punti ciascuna, disposte su due rette parallele tra loro e distinte. Se tracci un segmento da ogni punto della prima fila ad ogni punto della seconda fila, quanti segmenti hai tracciato?
(A) 140, **(B)** 196, **(C)** 210, **(D)** 280, **(E)** 392.

5) Se a e b sono due numeri tali che $a+b<0$ e $a \cdot b>0$, quale delle affermazioni seguenti è vera?
(A) $a>0$ e $b>0$, **(B)** $a<0$ e $b<0$, **(C)** $a>0$ e $b<0$, **(D)** $a>-b$, **(E)** $b>-a$.

6) Il numero $10^{100}+100^{10}$ è uguale a:
(A) 100^{20}, **(B)** $10^{20}(1+10^{80})$, **(C)** $10^{100}(10^{10}+1)$, **(D)** 10^{120}, **(E)** 110^{110}.

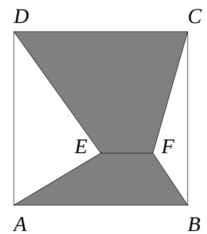
7) Aumentando la base di un rettangolo del 20% e la sua altezza del 50%, di quanto aumenta la sua area?
(A) Del 70%, **(B)** del 72%, **(C)** del 75%, **(D)** del 78%, **(E)** dell'80%.

8) Allo stadio gli spettatori entrano attraverso cinque cancelli, posti uno di fianco all'altro, secondo questa regola: viene fatta entrare una persona dal primo cancello, poi due persone dal secondo cancello, poi tre persone dal terzo, poi quattro persone dal quarto e infine cinque persone dal quinto. Poi si ricomincia procedendo allo stesso modo e si va avanti finchè non sono entrati tutti. Sapendo che Raffaele sarà la 2007-esima persona ad entrare, da quale cancello entrerà?
(A) Dal primo, **(B)** dal secondo, **(C)** dal terzo, **(D)** dal quarto, **(E)** dal quinto.

9) Se a, b e c sono numeri tali che $\frac{b}{a}=2$ e $\frac{c}{b}=3$, quanto vale $\frac{a+b}{b+c}$?
(A) $\frac{3}{8}$, **(B)** $\frac{3}{5}$, **(C)** $\frac{3}{4}$, **(D)** $\frac{1}{3}$, **(E)** $\frac{2}{3}$.

10) Il numero $\sqrt{10}\cdot\sqrt{15}+\sqrt{54}$ è uguale a:
(A) $5\sqrt{6}$, **(B)** $6\sqrt{8}$, **(C)** $8\sqrt{6}$, **(D)** $6\sqrt{10}$, **(E)** $8\sqrt{10}$.

11) Il quadrato $ABCD$ disegnato a fianco ha il lato lungo 3 m. Il segmento EF è lungo 1 m ed è parallelo ad AB. Quanto vale l'area dell'esagono $ABFCDE$?
(A) $5\,\mathrm{m}^2$, **(B)** $5,5\,\mathrm{m}^2$, **(C)** $6\,\mathrm{m}^2$, **(D)** $7\,\mathrm{m}^2$, **(E)** $7,5\,\mathrm{m}^2$.

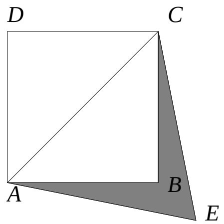


12) Quanti sono i percorsi distinti che, partendo da un vertice fissato di un quadrato e movendosi solo lungo i suoi lati e le sue diagonali, passano per ogni vertice una e una sola volta?
(A) Due, **(B)** tre, **(C)** quattro, **(D)** sei, **(E)** otto.

13) Sul pianeta Uru le settimane durano 8 giorni, i mesi (tutti indistintamente) durano 34 giorni e in un anno ci sono 14 mesi. Quando il primo giorno dell'anno cade di domenica (ultimo giorno della settimana) si celebra la Festa del Pianeta. Sapendo che oggi su Uru è la Festa del Pianeta, tra quanti giorni sarà la prossima?
(A) 238, **(B)** 476, **(C)** 952, **(D)** 1428, **(E)** 1904.

14) In un triangolo ABC scegliamo un punto D su AB e un punto E su AC in modo che la lunghezza di AD sia un terzo di quella di AB e la lunghezza di AE sia un terzo di quella di AC. Sapendo che l'area del triangolo ADE è $5\,\mathrm{m}^2$, determinare l'area del quadrilatero $BCED$.
(A) $10\,\mathrm{m}^2$, **(B)** $20\,\mathrm{m}^2$, **(C)** $25\,\mathrm{m}^2$, **(D)** $30\,\mathrm{m}^2$, **(E)** $40\,\mathrm{m}^2$.

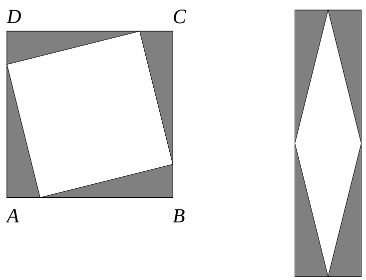
15) Nella figura a fianco $ABCD$ è un quadrato avente la diagonale lunga 2 cm e AEC è equilatero. Quanto vale l'area del quadrilatero $AECB$?
(A) $(\sqrt{2}\sqrt{3}-2)\mathrm{cm}^2$, **(B)** $(\sqrt{3}-1)\mathrm{cm}^2$,
(C) $(2\sqrt{3}-\sqrt{2})\mathrm{cm}^2$, **(D)** $(\sqrt{2}+\sqrt{3})\mathrm{cm}^2$,
(E) $(2+\sqrt{3})\mathrm{cm}^2$.



16) Un produttore di dentifricio riduce di 20 grammi il contenuto di ciascun tubetto di dentifricio e ne lascia invariato il prezzo. Egli calcola che in questo modo il prezzo di un chilo di dentifricio aumenterà del 25%. Quanto dentifricio conteneva ciascun tubetto prima della riduzione?
(A) 100 g, **(B)** 120 g, **(C)** 125 g, **(D)** 150 g, **(E)** 160 g.

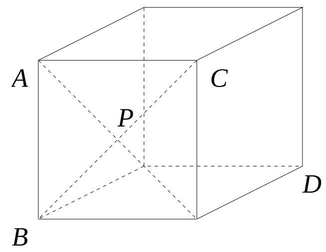
17) Quanto vale il resto della divisione di $10(2007)^4-8(2007)^3+12(2007)^2+721$ per 669?
(A) 0, **(B)** 52, **(C)** 104, **(D)** 223, **(E)** 446.

18) Disponendo quattro triangoli rettangoli identici come nella figura di sinistra l'area del quadrato bianco è 17 m^2. Disponendoli invece come nella figura di destra, l'area del rombo bianco è 8 m^2. Quanto vale l'area del quadrato $ABCD$?
(A) 19 m^2, **(B)** 24 m^2, **(C)** 25 m^2,
(D) 32 m^2, **(E)** 36 m^2.



19) In un paese abitano solo briganti, che mentono sempre, e cavalieri, che dicono sempre la verità. Un giornalista intervista quattro abitanti: Arturo, Bernardo, Carlo e Dario, che fanno le seguenti dichiarazioni. Arturo: "Bernardo è un brigante"; Bernardo: "Io sono l'unico cavaliere tra noi quattro"; Carlo: "Almeno uno tra Arturo e Dario è un brigante"; Dario: "Siamo 4 cavalieri". Quanti tra i quattro sono cavalieri?
(A) Nessuno, **(B)** uno, **(C)** due, **(D)** tre, **(E)** quattro.

20) A, B, C e D sono quattro dei vertici di un cubo, come in figura, e il punto P è il centro della faccia che ha come vertici A, B e C. Il piano passante per A, P e D divide il cubo in due parti. Qual è il rapporto tra il volume della parte che contiene B e quello della parte che contiene C?
(A) 1/2, **(B)** 1, **(C)** 3/2, **(D)** 2, **(E)** 3.



PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA
U.M.I. UNIONE MATEMATICA ITALIANA
MINISTERO DELLA PUBBLICA ISTRUZIONE
SCUOLA NORMALE SUPERIORE

I Giochi di Archimede - Gara Biennio

19 novembre 2008

1) La prova consiste di 20 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E.
2) Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.
3) Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. NON È CONSENTITO L'USO DI ALCUN TIPO DI CALCOLATRICE.
4) Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è un'ora e mezza. Buon lavoro e buon divertimento.

Nome ____________________ *Cognome* ______________________ *Classe* ______

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

1) Su Giove si corre oggi la Grande Maratona, lunga 2008 chilometri, a cui partecipa l'80% degli abitanti del pianeta. Dopo due chilometri il 95% dei partecipanti si ritira; i restanti 2000 corridori arrivano al traguardo. Quanti abitanti ha Giove?
(A) 20 000, **(B)** 40 000, **(C)** 50 000, **(D)** 80 000, **(E)** 100 000.

2) Un pilota vuole stabilire un nuovo record su un percorso di 50 km: percorrerlo alla velocità media di 100 km/h. A causa di alcuni problemi tecnici impiega 40 minuti per percorrere i primi 25 km. A quale velocità deve percorrere il resto del percorso (andando a velocità costante) per riuscire nel suo intento?
(A) Nessuna velocità glielo consente, **(B)** 50 km/h, **(C)** 100 km/h, **(D)** 150 km/h, **(E)** 200 km/h.

3) Alberto, Barbara e Clara giocano in un grande piazzale dove ci sono 2008 birilli. Alberto butta giù il triplo dei birilli buttati giù da Barbara, che a sua volta butta giù il doppio dei birilli buttati giù da Clara. Quanti birilli al massimo può aver buttato giù Alberto?
(A) 1321, **(B)** 1338, **(C)** 1342, **(D)** 1353, **(E)** 1362.

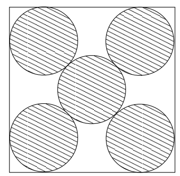
4) Pietro e Paolo festeggiano il loro onomastico in pizzeria con i loro amici. Alla fine della cena il conto viene diviso in parti uguali tra tutti i presenti e ciascuno dovrebbe pagare 12 Euro. Con grande generosità però, gli amici decidono di offrire la cena a Pietro e Paolo; il conto viene nuovamente diviso in parti uguali tra gli amici di Pietro e Paolo (cioè tutti i presenti esclusi Pietro e Paolo), e ciascuno di loro paga 16 Euro. Quanti sono gli amici di Pietro e Paolo?
(A) 6, **(B)** 8, **(C)** 10, **(D)** 12, **(E)** 16.

5) Su Marte, il Gran Ciambellano dell'Istruzione Marziana ha dichiarato che il prossimo anno scolastico ridurrà del 30% il numero dei maestri di scuola e che a coloro che rimarranno in servizio lo stipendio sarà aumentato del 35%. La spesa complessiva per gli stipendi dei maestri quindi:
(A) si ridurrà del 5,5%, **(B)** si ridurrà del 5%, **(C)** aumenterà del 5%,
(D) resterà invariata, **(E)** aumenterà del 7%.

6) In un triangolo rettangolo ABC i cateti BC e CA misurano 7 cm e 24 cm rispettivamente. Sia H la proiezione di C sull'ipotenusa AB. Quanto vale il perimetro del triangolo HBC?
(A) $\frac{262}{25}$ cm, **(B)** $\frac{501}{49}$ cm, **(C)** $\frac{392}{25}$ cm, **(D)** $\frac{801}{49}$ cm, **(E)** $\frac{412}{25}$ cm.

7) La casa e la scuola di Pietro si trovano alle due estremità di una strada rettilinea. La mamma di Pietro esce di casa e si dirige verso la scuola nello stesso momento in cui Pietro esce da scuola e si dirige verso casa. La mamma di Pietro cammina a velocità doppia rispetto a Pietro. Quanta parte del cammino da casa a scuola avrà percorso la mamma di Pietro nel momento in cui lo incontra?
(A) 1/3, **(B)** 2/5, **(C)** 1/2, **(D)** 2/3, **(E)** 3/4.

8) La mamma ha una sfoglia di pasta di forma quadrata di lato 40 cm da cui ritaglia 5 biscotti rotondi, tutti uguali tra loro, secondo lo schema in figura. Quanto misura il diametro di ciascun biscotto?
(A) $40(\sqrt{2}-1)$ cm, **(B)** $10\sqrt{2}$ cm, **(C)** $20(\sqrt{2}-1)$ cm,
(D) 16 cm, **(E)** $6(\sqrt{2}+1)$ cm.



9) Quanti sono i numeri naturali di quattro cifre in cui compare una e una sola volta la cifra 5 ed essa è la cifra più grande presente nel numero?
(A) 225, **(B)** 400, **(C)** 425, **(D)** 525, **(E)** 600.

10) In un quadrato $ABCD$ di lato 1 cm, sono dati un punto M sul lato BC e un punto N sul lato CD tali che $BM = ND$. Si sa inoltre che l'area del triangolo AMN è pari a $4/9$ cm^2. Quanto vale la lunghezza del segmento ND?
(A) $\frac{1}{4}$ cm, **(B)** $\frac{1}{3}$ cm, **(C)** $\frac{1}{2}$ cm, **(D)** $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ cm, **(E)** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm.

11) Quante sono le terne ordinate distinte (x, y, z) formate da numeri interi positivi (strettamente maggiori di zero) tali che

$$x^2 + 2xy + y^2 - z^2 = 9\ ?$$

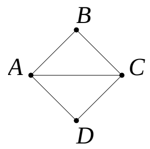
(A) Nessuna, **(B)** due, **(C)** tre, **(D)** quattro, **(E)** più di sei.

12) Quanto fa $0,\overline{60}+0,\overline{70}$?
(A) $1,\overline{3}$, **(B)** $1,\overline{30}$, **(C)** $1,\overline{31}$, **(D)** $1,\overline{4}$, **(E)** $1,\overline{40}$.

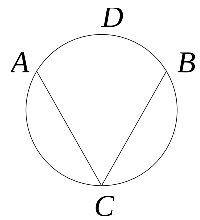
13) Quanti sono i numeri interi positivi multipli di almeno uno tra 5 e 7 e minori o uguali a 1000?
(A) 288, **(B)** 302, **(C)** 314, **(D)** 342, **(E)** 382.

14) In un sacchetto ci sono 20 palline e su ciascuna è scritto un numero intero compreso tra 0 e 10 (0 e 10 inclusi). Il numero scritto su ogni pallina se non è zero è la somma dei numeri scritti su tutte le altre palline. Allora le palline su cui è scritto zero sono:
(A) non più di cinque, **(B)** dieci, **(C)** tredici, **(D)** sedici, **(E)** almeno diciotto.

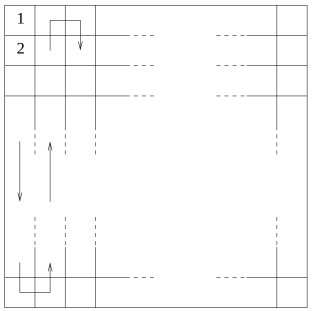
15) La figura a fianco è la pianta di un quartiere, i punti A, B, C e D sono le case e i segmenti sono le strade. Da quante delle quattro case è possibile partire per fare un percorso che passi una e una sola volta da ogni strada (passando eventualmente più di una volta per una stessa casa)?
(A) 0, **(B)** 1, **(C)** 2, **(D)** 3, **(E)** 4.



16) Il raggio della circonferenza a fianco è di 5 cm; inoltre i punti A, B e C dividono la circonferenza in tre archi di uguale lunghezza. Calcolare l'area delimitata dalle corde AC e BC e dall'arco di estremi A e B contenente D.
(A) $25(\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2})$ cm^2, **(B)** $25(\frac{\pi}{6}+\sqrt{3})$ cm^2, **(C)** $15(\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2})$ cm^2, **(D)** $\frac{25\sqrt{3}}{2}$ cm^2, **(E)** $\frac{25}{2}(\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2})$ cm^2.



17) Le caselle di una scacchiera quadrata sono numerate come illustrato nella figura a fianco. Nella seconda colonna si trova la casella numero 38 e la casella della terza colonna che sta sulla sua stessa riga ha il numero 43. Quante caselle ha la scacchiera?
(A) 144, **(B)** 160, **(C)** 225, **(D)** 400, **(E)** 625.



18) In un rettangolo $ABCD$ sia E un punto sul lato CD. Sapendo che l'area del triangolo ADE è un quinto dell'area del trapezio $ABCE$, calcolare il rapporto tra la lunghezza del segmento DC e quella del segmento DE.
(A) 2, **(B)** 3, **(C)** 4, **(D)** 5, **(E)** 6.

19) Un satellite munito di telecamera inviato sul pianeta Papilla ha permesso di stabilire che è falsa la convinzione di qualcuno che: "su Papilla sono tutti grassi e sporchi". Quindi adesso sappiamo che:
(A) su Papilla almeno un abitante è magro e pulito, **(B)** su Papilla tutti gli abitanti sono magri e puliti, **(C)** almeno un abitante di Papilla è magro, **(D)** almeno un abitante di Papilla è pulito, **(E)** se su Papilla tutti gli abitanti sono sporchi, almeno uno di loro è magro.

20) La Polisportiva "I tropici" ha organizzato un torneo di calcio a cui partecipano 3 squadre ciascuna composta da 15 giocatori (riserve comprese) con maglie numerate da 1 a 15. La notte prima delle partite ha nevicato e per poter giocare è necessario spalare la neve dal campo. Viene deciso allora di nominare un gruppo di 3 spalatori scegliendo un giocatore per squadra in modo che non ci siano due giocatori con lo stesso numero di maglia. In quanti modi diversi può essere formato il gruppo degli spalatori?
(A) 48, **(B)** 455, **(C)** 1125, **(D)** 2730, **(E)** 3375.

PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA
U.M.I. UNIONE MATEMATICA ITALIANA
MINISTERO DELLA PUBBLICA ISTRUZIONE
SCUOLA NORMALE SUPERIORE

I Giochi di Archimede - Gara Biennio

18 novembre 2009

1) La prova consiste di 20 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E.
2) Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.
3) Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. NON È CONSENTITO L'USO DI ALCUN TIPO DI CALCOLATRICE.
4) **Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è di due ore**. *Buon lavoro e buon divertimento.*

Nome ____________________ *Cognome* ______________________ *Classe* ______

1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*	*15*	*16*	*17*	*18*	*19*	*20*

1) Quale dei seguenti numeri è un divisore di $3^5 \cdot 4^4 \cdot 5^3$?
(A) 42, **(B)** 45, **(C)** 52, **(D)** 85, **(E)** 105.

2) La ruota anteriore della bicicletta di Chiara ha il raggio di 28 cm, mentre la ruota posteriore ha il raggio di 16 cm. Al termine di una gita in bicicletta la ruota anteriore ha fatto 10000 giri; quanti ne ha fatti la ruota posteriore nella stessa gita?
(A) 12000, **(B)** 14500, **(C)** 17500, **(D)** 19000, **(E)** 21000.

3) La nonna ha un sacchetto di caramelle che vuol dare alle sue nipoti: Ada, Bice, Clelia e Delia. Ada prende sette caramelle e lo stesso fanno Bice e Clelia; a questo punto nel sacchetto restano alcune caramelle, che vengono prese da Delia, ma sono meno di sette. Allora Ada, Bice e Clelia danno alcune delle loro caramelle a Delia (ciascuna lo stesso numero) in modo che tutte e quattro abbiano lo stesso numero di caramelle. Quante caramelle riceve Delia da ciascuna delle altre tre?
(A) 1, **(B)** 2, **(C)** 3, **(D)** 4, **(E)** 5.

4) Una pulce si trova sul numero 12 del quadrante di un orologio. Sceglie un numero naturale n compreso tra 1 e 12, estremi inclusi, e comincia a fare salti di n numeri sul quadrante, in senso orario (se ad esempio $n = 3$, dopo il primo salto è sul 3, dopo il secondo è sul 6 e così via). Dopo 12 salti, per la prima volta si ritrova sul numero 12 del quadrante. In quanti modi distinti può aver scelto n?
(A) 1, **(B)** 2, **(C)** 4, **(D)** 6, **(E)** 12.

5) Disegno un triangolo equilatero e un esagono regolare inscritti nella stessa circonferenza. Qual è il rapporto tra l'area del triangolo e quella dell'esagono?
(A) $\frac{1}{2}$, **(B)** $\frac{1}{3}$, **(C)** $\frac{\sqrt{3}}{2}$, **(D)** $\frac{\sqrt{3}}{3}$, **(E)** $\frac{1}{6}$.

6) Nella griglia a fianco x è un numero da determinare. Si sa che è possibile scrivere un numero in ogni cella vuota della griglia in modo che la somma dei tre numeri che si trovano su qualunque riga, colonna o diagonale, sia sempre la stessa. Allora x vale:
(A) 0, **(B)** 1, **(C)** 3, **(D)** 6, **(E)** 9.

		6
x	4	5

7) Nella città di Nonfumo gli unici negozi sono tabaccherie e latterie. L'anno scorso le tabaccherie erano i 2/3 delle latterie; quest'anno due tabaccherie sono diventate latterie cosicchè ora le tabaccherie sono solo i 9/16 delle latterie (dall'anno scorso a quest'anno il numero complessivo dei negozi di Nonfumo è rimasto lo stesso). Quante latterie c'erano l'anno scorso a Nonfumo?
(A) 12, **(B)** 16, **(C)** 20, **(D)** 30, **(E)** 60.

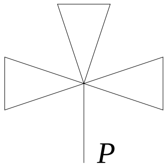
8) Ciro ha davanti a sé un foglio con disegnato un pentagono regolare $ABCDE$, e due pennarelli di colori diversi. Vuole colorare tutti i vertici del pentagono usando solo i due pennarelli che ha, in modo che la colorazione finale non abbia nessun asse di simmetria. In quanti modi distinti può farlo?
(A) Uno, **(B)** due, **(C)** quattro, **(D)** cinque, **(E)** nessuno.

9) ABC è un triangolo isoscele con $AB = AC$. D è un punto del lato AB tale che CD sia la bisettrice dell'angolo $\widehat{ACB}$. Sapendo che $CB = CD$, quanto misura l'angolo $\widehat{ADC}$?
(A) 90°, **(B)** 108°, **(C)** 120°, **(D)** 144°, **(E)** 155°.

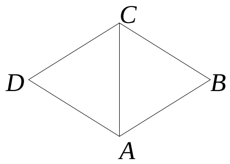
10) Quanti quadrati perfetti dividono 1600? [Un quadrato perfetto è un numero del tipo n^2, con n numero naturale. 1, 4, 9, 16, sono esempi di quadrati perfetti.]
(A) 2, **(B)** 4, **(C)** 8, **(D)** 10, **(E)** 12.

11) La piccola Rita fa questo gioco: per ogni numero intero compreso tra 10 e 99, estremi inclusi, sottrae la cifra delle unità da quella delle decine e scrive il risultato su un foglio (ad esempio per 21 scrive 1, cioè $2 - 1$, mentre per 37 scrive -4, cioè $3 - 7$). Alla fine somma tutti i numeri che ha scritto sul foglio; quale risultato trova?
(A) 0, **(B)** -30, **(C)** 45, **(D)** -50, **(E)** 100.

12) In quanti modi distinti posso disegnare la figura a fianco partendo da P, senza mai staccare la penna dal foglio e senza passare più di una volta da nessun punto eccettuato il vertice comune ai tre triangoli?
(A) $2^4\,3$, **(B)** $2^3\,3$, **(C)** 2^4, **(D)** $2^2\,3^3$, **(E)** 3^3.



13) Nel rombo in figura, i triangoli ABC e ACD sono equilateri ed hanno lato di lunghezza 1 m. Se ruotiamo il rombo di 60° rispetto al vertice A, qual è l'area della superficie coperta dal rombo nella rotazione?
(A) $\frac{\pi}{2}$ m^2, **(B)** 1 m^2, **(C)** π m^2, **(D)** $\frac{\pi}{3}$ m^2,
(E) 2 m^2.



14) Ziggy ha rotto alcune delle nove corde della sua chitarra marziana. Le corde sono numerate da 1 a 9; la prima costa una Sterlina Marziana e ciascuna delle altre costa il doppio di quella che ha il numero precedente. Dopo un rapido conto, Ziggy calcola che dovrà spendere 158 Sterline Marziane per comprare le corde nuove. Quante sono le corde rotte?
(A) Una, **(B)** tre, **(C)** quattro, **(D)** cinque, **(E)** sette.

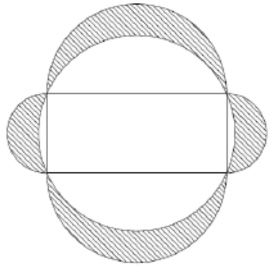
15) La professoressa di Italiano entra in una classe di 24 studenti, tutti presenti, per un'ora di interrogazione. Decide di interrogare gli studenti a cui corrisponde sul registro un numero n che sia primo e tale che anche $n^3 + 3$ sia primo. Quanti studenti interroga?
(A) Uno, **(B)** tre, **(C)** quattro, **(D)** sette, **(E)** nove.

16) Una moneta d'oro è circondata da quattro monete d'argento uguali tra loro. Ogni moneta d'argento è tangente alla moneta d'oro e a due monete d'argento. Trovare il rapporto tra il raggio della moneta d'oro e quello delle monete d'argento.
(A) $\frac{1}{4}$, **(B)** $\sqrt{2} - 1$, **(C)** $\frac{1}{2}$, **(D)** $\frac{\sqrt{2}}{2}$, **(E)** 1.

17) a e b sono due numeri maggiori o uguali a zero. Sappiamo che: $a^3 + a < b - b^3$. Qual è l'ordine corretto tra i tre numeri a, b e 1?
(A) $b < a < 1$, **(B)** $a = b = 1$, **(C)** $a < 1 < b$, **(D)** $a < b < 1$,
(E) $1 < a < b$.

18) Carla si è dimenticata la password di accensione del suo nuovissimo computer! Si ricorda però che è una sequenza di 4 vocali, non necessariamente distinte, di cui due sono maiuscole e due sono minuscole. Quante password diverse deve provare Carla, al massimo, per accendere il computer?
(A) $3 \cdot 5^4$, **(B)** 5^5, **(C)** $6 \cdot 5^4$, **(D)** 5^6, **(E)** $3 \cdot 5^6$.

19) Disegniamo un rettangolo di lati 5 cm e 12 cm, la circonferenza in cui è inscritto e le semicirconferenze che hanno per diametro i lati del rettangolo e sono esterne ad esso, come indicato nella figura a fianco. Qual è l'area della parte ombreggiata?
(A) 45 cm^2, **(B)** 13π cm^2, **(C)** 19π cm^2,
(D) 60 cm^2, **(E)** 20π cm^2.



20) Quattro amici, Anna, Bea, Caio e Dino, giocano a poker con 20 carte di uno stesso mazzo: i quattro re, le quattro regine, i quattro fanti, i quattro assi e i quattro dieci. Vengono distribuite cinque carte a testa. Anna dice: "Io ho un poker!" (quattro carte dello stesso valore). Bea dice: "Io ho tutte e cinque le carte di cuori". Caio dice: "Io ho cinque carte rosse". Infine Dino dice: "Io ho tre carte di uno stesso valore e anche le altre due hanno tra loro lo stesso valore". Sappiamo che una e una sola delle affermazioni è falsa; chi sta mentendo?
(A) Anna, **(B)** Bea, **(C)** Caio, **(D)** Dino, **(E)** non è possibile determinarlo.

PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA
U.M.I. UNIONE MATEMATICA ITALIANA
MINISTERO DELLA PUBBLICA ISTRUZIONE
SCUOLA NORMALE SUPERIORE

I Giochi di Archimede - Gara Biennio

17 novembre 2010

1) La prova consiste di 20 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E.
2) Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.
3) Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. NON È CONSENTITO L'USO DI ALCUN TIPO DI CALCOLATRICE.
4) **Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è di due ore**. *Buon lavoro e buon divertimento.*

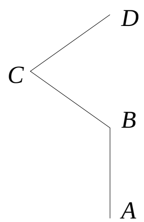
Nome ____________________ *Cognome* ________________________ *Classe* ______

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

1) Quanti lunedì possono esserci al massimo in 45 giorni consecutivi?
(A) 5, **(B)** 6, **(C)** 7, **(D)** 8, **(E)** 9.

2) Emilio prende al buio dei calzini da una cesta in cui ci sono: 6 calzini neri, 14 calzini blu e 8 calzini verdi. Per essere sicuro che tra i calzini che ha preso ce ne siano due dello stesso colore, il numero minimo di calzini che deve prendere è:
(A) 3, **(B)** 4, **(C)** 9, **(D)** 15, **(E)** 21.

3) La figura a fianco rappresenta il tragitto fatto da Pluto per andare dalla sua cuccia, posta in A, al bar, posto in D. I tre segmenti AB, BC e CD sono lunghi 100 metri ciascuno. Se l'angolo $\widehat{ABC}$ (interno al triangolo ABC) è di 120° e l'angolo $\widehat{BCD}$ (interno al triangolo BCD) è di 60°, quanto dista in linea retta il bar dalla cuccia?
(A) 100 m, **(B)** $100\sqrt{3}$ m, **(C)** 200 m, **(D)** 330 m, **(E)** $200\sqrt{3}$ m.

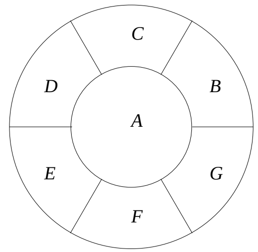


4) Quale fra queste serie di disuguaglianze è corretta?
(A) $2\sqrt{2} < \sqrt{10} < \sqrt{5} + \sqrt{3}$, **(B)** $\sqrt{5} + \sqrt{3} < 2\sqrt{2} < \sqrt{10}$,
(C) $2\sqrt{2} < \sqrt{5} + \sqrt{3} < \sqrt{10}$, **(D)** $\sqrt{10} < 2\sqrt{2} < \sqrt{5} + \sqrt{3}$,
(E) $\sqrt{5} + \sqrt{3} < \sqrt{10} < 2\sqrt{2}$.

5) Matilde vuole regalare una margherita di cartone alla sua mamma. Ritaglia un cerchio giallo e lo mette al centro. Poi ritaglia alcuni cerchi bianchi, dello stesso raggio del cerchio giallo, per fare i petali. Dispone i petali nel modo seguente: il primo tangente esternamente al cerchio giallo, il secondo tangente esternamente al cerchio giallo e al primo petalo, e così via fino a completare il giro con l'ultimo petalo che è tangente al penultimo e al primo petalo, e al cerchio giallo. Quanti petali ha la margherita?
(A) 3, **(B)** 4, **(C)** 5, **(D)** 6, **(E)** questa disposizione è impossibile: l'ultimo petalo si sovrappone necessariamente al primo.

6) a, b e c sono numeri reali tali che comunque se ne scelgano due la loro somma è maggiore o uguale a zero. Quale delle seguenti affermazioni è certamente vera?
(A) $a \cdot b \cdot c \geq 0$, **(B)** almeno uno dei tre numeri è zero, **(C)** almeno uno dei tre numeri è strettamente minore di zero, **(D)** a, b e c sono tutti maggiori o uguali a zero, **(E)** $a + b + c \geq 0$.

7) Concetta immagina un mondo piatto e tondo, e lo divide in sette stati, uno centrale e gli altri sei intorno a questo, come indicato nella figura a fianco. Inoltre a ciascuno stato assegna come nome una lettera (vedi figura). Vuole colorare ciascuno stato di rosso, oppure di verde, oppure di giallo, in modo che due stati confinanti non abbiano lo stesso colore. In quanti modi diversi può farlo?
(A) Nessuno, **(B)** 2, **(C)** 4, **(D)** 5, **(E)** 6.



8) Alberto cammina da A a B e poi (senza fermarsi in B) torna ad A; Barbara cammina da B ad A e poi (senza fermarsi in A) torna a B. Entrambi si muovono in linea retta, con velocità costante (ma le due velocità non sono necessariamente uguali). Partono nello stesso istante, e si incontrano una prima volta, all'andata, a 700 metri da B, e una seconda volta, mentre Alberto sta andando da B ad A e Barbara da A a B, a 400 metri da A. Quanto dista A da B?
(A) 900 metri, **(B)** 1100 metri, **(C)** 1700 metri, **(D)** 2000 metri, **(E)** non si può determinare.

9) Luca scrive sulla lavagna tutti i numeri pari consecutivi da 2 e 2010 (compresi). Poi Giovanni cancella tutti i numeri che sono multipli di tre. Quanti numeri rimangono?
(A) 670, **(B)** 710, **(C)** 840, **(D)** 905, **(E)** 1005.

10) Silvano, l'uomo più ricco di Nettuno, possiede un'autostrada con molte corsie. In un momento di prosperità decide di aumentare il numero di corsie del 60 %. Successivamente, a causa di un'antica legge del pianeta, deve ridurre il numero di corsie di una certa percentuale X. Dopo averlo fatto si ritrova con lo stesso numero

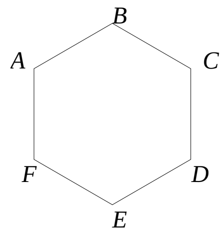
di corsie che aveva all'inizio. Quanto vale X?
(A) 15%, **(B)** 21,5%, **(C)** 28%, **(D)** 37,5%, **(E)** 60%.

11) In un triangolo due angoli misurano rispettivamente 30° e 105° ed il lato tra essi compreso è lungo 2 cm. Qual è la misura del perimetro del triangolo?
(A) $(5+\sqrt{3})$ cm, **(B)** $(2+2\sqrt{3}+\sqrt{2})$ cm, **(C)** $(3+\sqrt{3}+\sqrt{2})$ cm,
(D) $(5+\sqrt{2})$ cm, **(E)** $(2+3\sqrt{3})$ cm.

12) Quanto vale la somma: $1+2+2+3+3+4+4+\ldots+35+35+36$?
(A) 990, **(B)** 1105, **(C)** 1295, **(D)** 1395, **(E)** 1505.

13) Scriviamo tutti i numeri naturali da 1 a 2010 (compresi) uno di seguito all'altro in modo da formare un nuovo numero naturale; quante cifre ha questo numero?
(A) 2010, **(B)** 3540, **(C)** 5225, **(D)** 6933, **(E)** 7253.

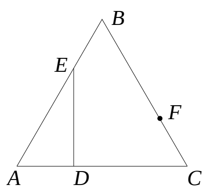
14) $ABCDEF$ è un esagono regolare di lato 1 cm. G è il punto di intersezione tra le diagonali AC e BE. Quanto vale l'area del triangolo ABG?
(A) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ cm^2, **(B)** $\frac{\sqrt{3}}{8}$ cm^2, **(C)** $\frac{9}{40}$ cm^2, **(D)** $\frac{1+\sqrt{3}}{12}$ cm^2,
(E) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ cm^2.



15) Quante cifre ha il numero $(112233445566778899)/11$?
(A) 9, **(B)** 13, **(C)** 17, **(D)** 19, **(E)** 23.

16) Quanti sono i numeri naturali di quattro cifre, tali che la cifra delle unità sia la somma della cifra delle decine e di quella delle centinaia?
(A) 315, **(B)** 495, **(C)** 540, **(D)** 720, **(E)** 900.

17) In un triangolo equilatero ABC con lato di lunghezza 3 m, prendiamo i punti D, E e F sui lati AC, AB e BC rispettivamente, in modo che i segmenti AD e FC misurino 1 m e il segmento DE sia perpendicolare a AC. Quanto misura l'area del triangolo DEF?
(A) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ m^2, **(B)** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ m^2, **(C)** $3\sqrt{3}$ m^2, **(D)** $\frac{3}{2}$ m^2,
(E) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ m^2.



18) Un celebre investigatore sta cercando il colpevole di un omicidio tra cinque sospettati: Anna, Bruno, Cecilia, Dario ed Enrico. Egli sa che il colpevole mente sempre e gli altri dicono sempre la verità. Anna afferma: "Il colpevole è un maschio!". Cecilia dice: "È stata Anna oppure è stato Enrico". Infine Enrico dice: "Se Bruno è colpevole allora Anna è innocente". Chi ha commesso l'omicidio?
(A) Anna, **(B)** Bruno, **(C)** Cecilia, **(D)** Dario, **(E)** Enrico.

19) Quante coppie (x, y), formate da numeri interi strettamente maggiori di 1, sono tali che: $x^2 + y = xy + 1$?
(A) Nessuna, **(B)** una, **(C)** due, **(D)** tre, **(E)** più di quattro.

20) Ciro taglia un triangolo equilatero fatto di carta, di lato 20 cm, in alcuni pezzi che poi dispone sul suo tavolo in modo che non si sovrappongano e che formino un quadrato. Quanto è lungo il lato del quadrato?
(A) 20 cm, **(B)** $10\sqrt[4]{3}$ cm, **(C)** 15 cm, **(D)** $8\sqrt[4]{2}$ cm, **(E)** $10\sqrt{3}$ cm.

PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA
U.M.I. UNIONE MATEMATICA ITALIANA
MINISTERO DELLA PUBBLICA ISTRUZIONE
SCUOLA NORMALE SUPERIORE

I Giochi di Archimede - Gara Biennio

22 novembre 2011

1) La prova consiste di 20 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E.
2) Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.
3) Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. NON È CONSENTITO L'USO DI ALCUN TIPO DI CALCOLATRICE.
4) **Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è di due ore**. *Buon lavoro e buon divertimento.*

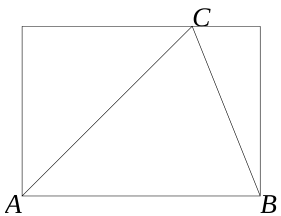
Nome ________________ *Cognome* __________________ *Classe* ______

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

1) Quanti sono i numeri di 6 cifre, formati dalle cifre 1, 2, 3, 4, 5, 6, divisibili per 1, 2, 3, 4, 5, 6?
(A) Nessuno, **(B)** 1, **(C)** 18, **(D)** 120, **(E)** 360.

2) Cangrande von Rottweiler, noto cambiavalute, oggi ha scambiato 2 Baiocchi per 3 Dobloni e 2 Dobloni per 1 Baiocco e 3 Carlini. Quanti Carlini servono per fare un Baiocco?
(A) 6, **(B)** 9, **(C)** 10, **(D)** 12, **(E)** non è possibile stabilirlo.

3) Sia ABC un triangolo acutangolo. Costruiamo un rettangolo che abbia un lato coincidente con AB e contenga il punto C sul lato opposto ad AB. Facciamo la stessa costruzione partendo dal lato BC e dal lato CA, ottenendo così tre rettangoli. Allora sicuramente i tre rettangoli hanno:
(A) perimetri uguali, **(B)** aree uguali, **(C)** somma delle lunghezze delle diagonali uguali, **(D)** uguale rapporto tra lato maggiore e lato minore, **(E)** nessuna delle precedenti affermazioni è sicuramente vera.



4) Il piccolo Giangauss legge sul suo libro di Latino "XV= 15"; allora si chiede: "Quante sono le coppie ordinate distinte (X, V) di numeri interi (eventualmente negativi), il cui prodotto è uguale a 15?" ($(2, -1)$ e $(-1, 2)$ sono, ad esempio, due coppie ordinate distinte di numeri interi). Qual è la risposta corretta?
(A) 1, **(B)** 2, **(C)** 4, **(D)** 6, **(E)** 8.

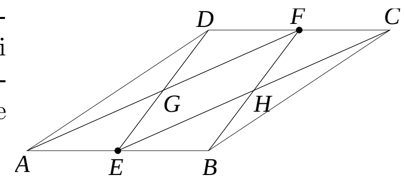
5) Su ogni vertice di una piramide a base quadrata è scritto un numero, che può essere 1, 2 oppure 3, in modo che per ogni faccia (inclusa la base) la somma dei numeri scritti sui suoi vertici sia divisibile per tre. Sapendo che i numeri non sono tutti uguali a 3, quanto vale la somma di tutti i numeri scritti sui vertici?
(A) 6, **(B)** 8, **(C)** 9, **(D)** 12, **(E)** 14.

6) In un parallelogramma di area 1 m^2 le lunghezze di due lati consecutivi sono una il doppio dell'altra. Inoltre uno degli angoli interni misura 60°. Quanto misura la diagonale minore?
(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ m, **(B)** $\frac{2\sqrt[4]{3}}{3}$ m, **(C)** 1 m, **(D)** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ m, **(E)** $\sqrt[4]{3}$ m.

7) Alla Grande Cena delle Olimpiadi, che si tiene ogni anno durante la manifestazione di Cesenatico, ci sono vari primi e vari secondi piatti. L'anno scorso c'erano 60 modi di scegliere un pasto (ovvero un primo e un secondo). Quest'anno verranno aggiunti dei primi, e ci saranno 68 modi di scegliere un pasto. Quanti primi c'erano, come minimo, lo scorso anno? [Nello scegliere un pasto è possibile abbinare qualsiasi primo a qualsiasi secondo.]
(A) 4, **(B)** 8, **(C)** 10, **(D)** 12, **(E)** 15.

8) Filippo scrive dei numeri sul quaderno. Inizialmente scrive 2; poi, per scrivere un nuovo numero prende l'ultimo numero che ha scritto e gli applica nell'ordine le seguenti operazioni: divide per due, somma due, moltiplica per due, sottrae due. Quanti numeri avrà scritto dopo che avrà annotato il primo numero di quattro cifre?
(A) 1000, **(B)** 998, **(C)** 500, **(D)** 10, **(E)** nessuna delle precedenti.

9) Nel parallelogramma $ABCD$ in figura il segmento BD è perpendicolare ad AB ed E e F sono i punti medi di AB e CD rispettivamente. Calcolare l'area del quadrilatero $GEHF$, sapendo che $AB = 5$ cm e $BD = 2$ cm.
(A) $\frac{15}{8}$ cm^2, **(B)** 2 cm^2, **(C)** $\frac{9}{4}$ cm^2, **(D)** $\frac{5}{2}$ cm^2, **(E)** 3 cm^2.

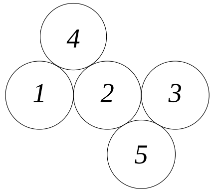


10) Un numero si dice palindromo se la sequenza delle sue cifre non cambia che la si legga da sinistra a destra o da destra a sinistra; ad esempio 36563 è palindromo. Quanti sono i numeri palindromi di 5 cifre tali che la somma delle loro cifre sia

pari?
(A) 450, **(B)** 550, **(C)** 700, **(D)** 900, **(E)** 1000.

11) Gabriella scrive una successione di 10 numeri (eventualmente negativi), in modo che ciascun numero della successione, dal terzo in poi, sia la somma dei due che lo precedono. Il primo numero della successione è 34 mentre l'ultimo è 0. Quanto vale la somma di tutti i numeri della successione?
(A) -34, **(B)** 0, **(C)** 22, **(D)** 68, **(E)** 88.

12) Cinque monete di raggio 1 cm, numerate da 1 a 5, sono disposte su un tavolo come indicato nella figura; i centri delle monete 1, 2 e 3 sono allineati. Si costruisce un quadrilatero che contiene tutte le monete, con un lato tangente alle monete 1 e 5, uno alle monete 5 e 3, uno alle monete 3 e 4 e uno alle monete 4 e 1. Quanto vale l'area del quadrilatero?



(A) $(2\sqrt{3}+2)\,\mathrm{cm}^2$, **(B)** $(4\sqrt{3}+4)\,\mathrm{cm}^2$, **(C)** $8\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$,
(D) $(8\sqrt{3}+8)\,\mathrm{cm}^2$, **(E)** $20\,\mathrm{cm}^2$.

13) Dopo una rissa in campo l'arbitro vuole espellere il capitano di una squadra di calcio. È uno tra Paolo, Andrea e Gabriele ma, siccome nessuno ha la fascia al braccio, non sa qual è dei tre. Paolo dice di non essere il capitano; Andrea dice che il capitano è Gabriele; Gabriele dice che il capitano è uno degli altri due. Sapendo che uno solo dei tre dice la verità, quale delle affermazioni seguenti è sicuramente vera?
(A) Gabriele non è il capitano, **(B)** Andrea dice la verità, **(C)** Paolo dice la verità, **(D)** Andrea è il capitano, **(E)** Gabriele mente.

14) Sapendo che a e b sono due numeri reali positivi tali che $a^2(a-3b)=b^2(b-3a)$, quanti valori diversi può assumere il rapporto $\frac{a}{b}$?
(A) 0, **(B)** 1, **(C)** 3, **(D)** 5, **(E)** infiniti.

15) Marta ha scritto sulla lavagna un numero intero pari. Per 12 volte Marta sostituisce il numero scritto sulla lavagna con il suo quadrato aumentato di 5. Con quali cifre può terminare il numero che si trova scritto sulla lavagna alla fine dei calcoli di Marta?
(A) 0 oppure 4, **(B)** 0, 4 oppure 6, **(C)** 0 oppure 6, **(D)** 4 oppure 6,
(E) può terminare con una qualsiasi cifra pari.

16) In ogni casella di una scacchiera di 8 righe per 8 colonne è scritto un numero intero. Le righe e le colonne della scacchiera sono numerate da 1 a 8, e la casella che sta nella riga 1 e nella colonna 1 è nera. La somma dei numeri scritti nella caselle bianche è 28, mentre la somma dei numeri scritti nelle colonne dispari è 47. Se cambiamo il segno a tutti i numeri che si trovano nelle caselle bianche, quanto diventa la somma dei numeri che si trovano nelle righe dispari?
(A) -14, **(B)** 19, **(C)** 33, **(D)** 75, **(E)** i dati non sono sufficienti a determinarlo.

17) Marco sta per colorare i vertici di una griglia quadrata formata da 100 quadratini di lato 1 cm, usando solo tre colori, secondo un criterio che il suo amico Dino non conosce. Prima che lo faccia, Dino vuole disegnare una circonferenza con centro nel vertice centrale della griglia, di raggio minore possibile, in modo da essere sicuro che essa conterrà almeno tre vertici dello stesso colore. Quanto misura il raggio della circonferenza che Dino deve tracciare? [I vertici possono stare sulla circonferenza o al suo interno.]
(A) 1 cm, **(B)** 2 cm, **(C)** $\sqrt{2}$ cm, **(D)** $\frac{3}{2}$ cm, **(E)** $2\sqrt{2}$ cm.

18) Un triangolo rettangolo ha un cateto lungo 40 cm e il raggio del cerchio inscritto misura 10 cm. Quanto misura l'ipotenusa?
(A) $10\sqrt{3}$ cm, **(B)** 40 cm, **(C)** $20\sqrt{5}$ cm, **(D)** 50 cm , **(E)** 60 cm.

19) In una sequenza di 2011 numeri, il primo è 1 e il secondo è 0; ogni altro termine, è uguale alla differenza dei due termini precedenti: il terzo termine è il secondo meno il primo, il quarto è il terzo meno il secondo, e così via. Quanto vale l'ultimo termine della sequenza?
(A) -2010, **(B)** -1, **(C)** 0, **(D)** 1, **(E)** 2011.

20) Un re occupa una casella di una scacchiera illimitata in ogni direzione. Quante sono le possibili caselle in cui può trovarsi dopo aver fatto cinque mosse, sapendo che non è passato mai due volte sulla stessa casella? [Quando fa una mossa, il re si sposta in una qualsiasi delle otto caselle che hanno almeno un vertice in comune con la casella in cui si trova.]
(A) 40, **(B)** 80, **(C)** 99, **(D)** 100, **(E)** 120.

PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA
U.M.I. UNIONE MATEMATICA ITALIANA
MINISTERO DELLA PUBBLICA ISTRUZIONE

I Giochi di Archimede - Gara Biennio

22 novembre 2012

ZANICHELLI Best Western

1) La prova consiste di 16 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E.
2) Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.
3) Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. NON È CONSENTITO L'USO DI ALCUN TIPO DI CALCOLATRICE.
4) **Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è di due ore**. *Buon lavoro e buon divertimento.*

Nome ________________________ *Cognome* ________________________ *Classe* __________________

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

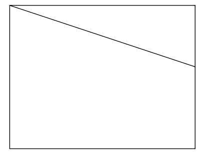
1) Loretta si reca ogni 13 giorni in un ambulatorio per una cura. Il giovedì, e solo il giovedì, nell'ambulatorio presta servizio Franco, l'infermiere preferito di Loretta. Sapendo che oggi, giovedì, Loretta è andata all'ambulatorio, tra quanti giorni rivedrà Franco?
(A) 14 **(B)** 35 **(C)** 53 **(D)** 65 **(E)** 91

2) Il cortile della casa di Luigi ha la forma di un triangolo rettangolo isoscele. Sapendo che l'area del cortile è 16 m^2, quanto misura il lato più lungo del cortile?
(A) 2 m **(B)** 4 m **(C)** $4\sqrt{2}$ m **(D)** 8 m **(E)** $8\sqrt{2}$ m

3) È dato un esagono regolare di lato 2 m. Calcolare l'area della corona circolare delimitata dal cerchio inscritto e dal cerchio circoscritto all'esagono.
(A) $\frac{\pi}{2}$ m^2 **(B)** π m^2 **(C)** $\frac{4\pi}{3}$ m^2 **(D)** 2π m^2 **(E)** $\frac{\pi}{9}$ m^2

4) La media aritmetica di 11 numeri è 4850. Se ciascuno degli 11 numeri viene diminuito di 10 la loro media diventa:
(A) 4740 **(B)** 4840 **(C)** 4830 **(D)** 4850
(E) i dati del problema non sono sufficienti a determinarla

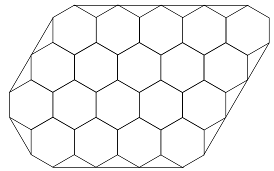
5) Sapendo che il rettangolo in figura viene diviso dalla linea inclinata in due parti di aree una quadrupla dell'altra, calcolare il rapporto tra le misure dei segmenti a e b.
(A) 2/3 **(B)** 1/4 **(C)** 1/5 **(D)** 1/2 **(E)** 2/5



6) Quanti sono i numeri di tre cifre, tutte diverse da 0, tali che comunque si permutino le loro cifre il numero che si ottiene è divisibile per quattro?
(A) 8 **(B)** 12 **(C)** 16 **(D)** 24 **(E)** 48

7) Marco distribuisce 1260 figurine tra tutti i suoi amici, che sono meno di 100, dando a ciascuno di loro lo stesso numero di figurine e in modo da distribuirle tutte. Qual è il massimo numero di amici che Marco può avere?
(A) 70 **(B)** 84 **(C)** 90 **(D)** 94 **(E)** nessuno dei precedenti

8) Un pavimento è piastrellato come in figura. In quanti modi è possibile colorare le mattonelle esagonali di blu, rosso e nero in modo che due mattonelle esagonali con un lato in comune non abbiano mai lo stesso colore?
(A) nessuno **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 6 **(E)** infiniti



9) In una classe gli alunni biondi sono il 40%, del totale mentre i restanti sono castani. Tra tutti gli alunni biondi, il 75% sono femmine. Sapendo che nella classe il numero di femmine è uguale al numero di maschi, qual è la percentuale di maschi castani sul totale degli alunni della classe?
(A) 20% **(B)** 25% **(C)** 30% **(D)** 40% **(E)** 50%

10) È dato un esagono regolare di lato di lunghezza 1 m, i cui vertici, elencati in senso orario, sono A, B, C, D, E, F. Siano X e Y le intersezioni del segmento AC con i segmenti BF e BD rispettivamente. Calcolare la distanza tra X e Y.
(A) $\frac{1}{2}$ m **(B)** $\frac{\sqrt{3}}{3}$ m **(C)** $\frac{\sqrt{3}}{6}$ m **(D)** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ m **(E)** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ m

11) Carlo ha sei mele e sei pere: in quanti modi può mettere in fila 6 frutti, in modo tale che tra due mele non ci sia mai nessuna pera?
(A) 16 **(B)** 22 **(C)** 32 **(D)** 35 **(E)** 39

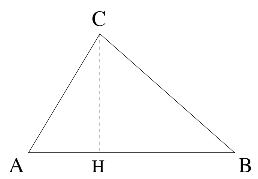
12) Siano fissati 4 numeri interi positivi a, b, c, d tali che $\frac{a}{b} \leq \frac{c}{d} \leq 1$. Quale delle seguenti disuguaglianze è certamente vera?
(A) $\frac{a+c}{b+d} \geq \frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ **(B)** $\frac{a+c}{b+d} < \frac{a}{b}$ **(C)** $\frac{a+c}{b+d} \leq \frac{c}{d}$ **(D)** $\frac{a+c}{b+d} > 1$
(E) nessuna delle precedenti

13) Una cavalletta si sposta compiendo salti di esattamente 10 cm. Il suo moto segue questo schema: compie un certo numero di salti in una data direzione, poi ruota verso la sua sinistra di 120° e compie, nella nuova direzione, il doppio dei salti che aveva effettuato nella precedente direzione. A questo punto ruota nuovamente di 120° verso sinistra e raddoppia ancora una volta il numero dei salti. Sapendo che inizia compiendo un solo salto in una data direzione, a quale distanza dal punto iniziale si troverà dopo 17 salti?
(A) 20 cm **(B)** $20\sqrt{3}$ cm **(C)** 40 cm **(D)** $40\sqrt{3}$ cm **(E)** 50 cm

14) Al 22 novembre 2012 il prezzo della benzina è dato per il 35% dal costo del prodotto, che è formato a sua volta da diverse voci (petrolio, raffinazione, costi di distribuzione, ecc.); il costo del petrolio costituisce oggi il 24% del costo del prodotto. Sapendo che il primo gennaio 2013 il prezzo del petrolio aumenterà del 10% e gli altri costi rimarranno invariati, di quanto aumenterà il prezzo della benzina in tale data?
(A) 10% **(B)** 2,4% **(C)** 3,5% **(D)** 0,84 % **(E)** nessuna delle precedenti

15) Da un mazzo di 40 carte se ne estrae una, che subito viene reinserita nel mazzo; il mazzo viene poi mescolato, e successivamente si estrae una nuova carta. Qual è la probabilità che la nuova carta sia la stessa carta estratta in precedenza?
(A) 1/1600 **(B)** 1/40 **(C)** 1/80 **(D)** 1/20 **(E)** $\frac{1}{40\cdot 39}$

16) Sia ABC un triangolo acutangolo e sia H sul lato AB il piede dell'altezza dal vertice C. Supponiamo che l'area del triangolo AHC stia a quella del triangolo ABC come $\overline{AC}$ sta a $2\overline{AB}$. Quale delle seguenti affermazioni è sicuramente vera?
(A) ABC è rettangolo **(B)** $\widehat{CAB} = 60°$ **(C)** $\overline{AB} = 2\overline{AH}$
(D) $\overline{AB} = \overline{AC}$ **(E)** ABC è equilatero



PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA
U.M.I. UNIONE MATEMATICA ITALIANA
MINISTERO DELLA PUBBLICA ISTRUZIONE
SCUOLA NORMALE SUPERIORE

I Giochi di Archimede - Gara Biennio

27 novembre 2013

1) *La prova consiste di 16 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E.*
2) *Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.*
3) *Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice.*

Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è di due ore.
Buon lavoro e buon divertimento.

Nome ________________________ *Cognome* ________________________ *Classe* __________________

1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*	*15*	*16*

1) Federico ha una collezione di soldatini; sa di averne un po' meno di 100, ma certamente almeno 30. Li dispone in fila per 7 e gli avanza un soldatino; poi li dispone in fila per 10 e stavolta gli avanzano 2 soldatini. Quanti soldatini ha in tutto?
(A) 32 **(B)** 50 **(C)** 62 **(D)** 71 **(E)** 92

2) In una conversazione tra due matematici il primo dice al secondo: "Ieri ho mentito". L'altro risponde: "Anch'io ieri ho mentito". Sapendo che uno dei due mente il lunedì, il martedì e il mercoledì (e solo in questi giorni), mentre l'altro mente il giovedì, il venerdì e il sabato (e solo in questi giorni), in quale giorno della settimana è avvenuta la conversazione?
(A) lunedì **(B)** giovedì **(C)** domenica **(D)** una tale conversazione non può essere avvenuta **(E)** non è possibile determinare il giorno in modo univoco.

3) Leo lancia 7 volte una moneta (non truccata) ottenendo due volte testa e cinque volte croce. Se la lancia ancora una volta, con quale probabilità otterrà testa?
(A) $\frac{1}{8}$ **(B)** $\frac{1}{7}$ **(C)** $1-\frac{1}{2^7}$ **(D)** $\frac{35}{2^7}$ **(E)** $\frac{1}{2}$

4) Andrea scrive la somma di due numeri a tre cifre con il relativo risultato. Poi sostituisce a ciascuna cifra una lettera, facendo corrispondere lettera uguale a cifra uguale e usando lettere diverse per cifre diverse. In questo modo ottiene:
TRE + TRE = SEI. Allora:
(A) la lettera E corrisponde necessariamente a un numero pari
(B) la lettera S corrisponde necessariamente a un numero pari
(C) la lettera E corrisponde necessariamente a un numero dispari maggiore di 4
(D) la lettera E corrisponde necessariamente a un numero pari minore di 5
(E) nessuna delle precedenti affermazioni è vera

5) Fino al 2013, nella colonia penale di Zoranel la popolazione era costituita per il 60% da androidi, dei quali il 5% adibiti a vigilanza; diciamo q la percentuale di androidi di vigilanza sul totale della popolazione in quell' anno. Nel 2014 la popolazione aumentò del 10% per l'arrivo di N umani esiliati. Di quanto diminuì la percentuale di androidi di vigilanza sulla popolazione totale?
(A) non cambiò **(B)** di meno di un decimo di q **(C)** di più di un decimo di q **(D)** dipende da N **(E)** dipende da quanto era numerosa la popolazione iniziale.

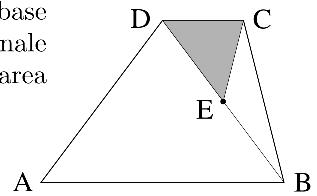
6) Ad un convegno partecipano 30 scienziati ciascuno dei quali è un matematico, o un fisico, o un chimico o un biologo. I fisici e i biologi, insieme, sono la metà dei matematici; i fisici e i chimici, insieme, sono il doppio dei biologi. Inoltre, di fisici ce n'è almeno uno. Quanti sono i matematici?
(A) 6 **(B)** 10 **(C)** 12 **(D)** 15 **(E)** 18

7) Data una tabella con 2 righe e 1007 colonne, scriviamo tutti i numeri da 1 a 1007 sulla prima riga in ordine crescente, e i numeri da 1008 a 2014 sulla seconda, sempre in ordine crescente. Guardiamo ora la tabella come 1007 coppie di numeri sovrapposti in verticale: in quante di esse il numero che compare nella seconda riga è un multiplo di quello che gli sta sopra?
(A) 2 **(B)** 3 **(C)** 4 **(D)** 5 **(E)** 6

8) Alberto ha raccolto 756 ciliegie dall'albero del nonno, e le divide equamente tra sé e alcuni suoi amici. Tre di loro però non hanno molta fame e restituiscono ad Alberto un quarto delle ciliegie che hanno ricevuto. Alberto, con uno stomaco di ferro, oltre alle sue divora anche quelle; alla fine, si accorge di aver mangiato non meno di 150 ciliegie. Quante ne ha mangiate esattamente?
(A) 150 **(B)** 189 **(C)** 210 **(D)** 231 **(E)** 270

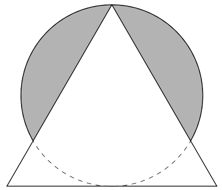
9) Se n è un numero naturale con 6 divisori interi positivi, quanti divisori interi positivi ha n^2? N.B.: tra i divisori di un numero contiamo anche 1 ed il numero stesso.
(A) 11 **(B)** 12 **(C)** 15 **(D)** 36 **(E)** la risposta dipende da n

10) In un trapezio $ABCD$ la base maggiore AB è tripla della base minore CD. Indicato con E il punto medio della diagonale BD, qual è il rapporto fra l'area del triangolo CDE e l'area del trapezio?
(A) 1/3 **(B)** 1/6 **(C)** 1/8 **(D)** 1/12
(E) non può essere determinata dai dati forniti



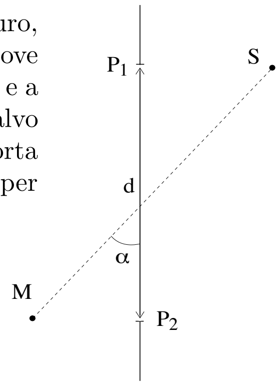
11) Quanto è lungo il percorso più corto che passa per tutti i vertici di un cubo di lato 1 m? N.B. il percorso può anche passare all'interno del cubo.
(A) 6 m **(B)** 7 m **(C)** $(6+\sqrt{2})$ m **(D)** $(6+\sqrt{3})$ m **(E)** 8 m

12) In una scultura d'arte moderna è rappresentato un cerchio nascosto in parte da un triangolo equilatero, come in figura: il cerchio ha il diametro lungo quanto l'altezza del triangolo, la quale misura $\sqrt{6}$ m. Quanto vale l'area della parte del cerchio non coperta dal triangolo ?
(A) $(\frac{3}{2}\pi - \frac{8}{\sqrt{3}})$ m^2 **(B)** $\frac{\pi}{2}$ m^2 **(C)** $(\pi - \frac{3\sqrt{3}}{4})$ m^2
(D) $(\frac{3}{2}\pi - \frac{9\sqrt{3}}{8})$ m^2 **(E)** $\frac{3}{2}\pi$ m^2



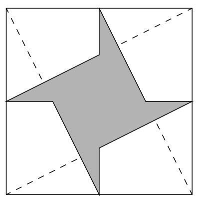
13) In un'urna ci sono 8 palline blu e 7 palline rosse. Mirco estrae due palline, una dopo l'altra (senza rimettere nell'urna la prima pallina estratta, prima di estrarre la seconda). Qual è la probabilità che le due palline estratte siano dello stesso colore?
(A) 1/4 **(B)** 1/2 **(C)** 7/15 **(D)** 8/15 **(E)** nessuna delle precedenti

14) Salvo e Maria (S ed M in figura) sono separati da un lungo muro, inclinato di un angolo α rispetto alla retta che li congiunge (dove $0 < \alpha < 90°$). Nei due punti P_1 e P_2 del muro più vicini a Salvo e a Maria vi sono due porte, distanti tra loro $d > 0$; sapendo che Salvo e Maria si trovano rispettivamente a 10 metri e 8 metri dalla porta a loro più vicina, quale delle due porte deve attraversare Salvo per raggiungere Maria percorrendo il cammino più breve possibile?
(A) la porta P_1 **(B)** la porta P_2 **(C)** è indifferente
(D) dipende dalla distanza d tra le porte
(E) dipende dall'inclinazione α del muro



15) Qual è il coefficiente di x^{199} in $(x^2+x+1)^{100}$?
(A) 100 **(B)** 298 **(C)** 4950 **(D)** 5050 **(E)** 99^2

16) Calcolare l'area della parte ombreggiata in figura sapendo che il lato del quadrato è lungo 2 m e che le punte della stella cadono nei punti medi dei lati del quadrato.
(A) 1 m^2 **(B)** 2 m^2 **(C)** $\frac{1}{2}$ m^2 **(D)** π m^2 **(E)** $2\sqrt{2}$ m^2



PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA

U.M.I. UNIONE MATEMATICA ITALIANA

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE, DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA

SCUOLA NORMALE SUPERIORE

I Giochi di Archimede - Gara Biennio

27 novembre 2014

ZANICHELLI Best Western

Testo 1

1) *La prova consiste di 16 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E.*
2) *Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.*
3) *Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice.*

Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è di due ore.
Buon lavoro e buon divertimento.

Nome ________________________ *Cognome* ________________________ *Classe* __________________

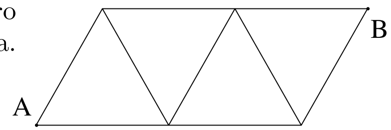
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*	*15*	*16*

1) Nel paese di Gnallucci circolano quattro monete: dobloni, zecchini, talleri e fufignezi. Un doblone vale quanto uno zecchino più un tallero e un fufignezo. Due dobloni valgono quanto uno zecchino più tre talleri e cinque fufignezi. Un tale entra in un negozio con uno zecchino e ne esce con un tallero. In fufignezi, quanto ha pagato?
(A) 1, **(B)** 2, **(C)** 3, **(D)** 4, **(E)** 5.

2) Quanto fa $(1,\bar{3}) \cdot (0,\bar{3})$?
(A) $0,4$ **(B)** $0,4\bar{3}$ **(C)** $0,\bar{4}$ **(D)** $\frac{13}{33}$ **(E)** nessuno dei precedenti.

3) Paperopoli dista da Topolinia 4 ore di viaggio. Paperino parte da Paperopoli alle 4 del mattino, ora locale, e, per via del fuso orario, arriva a Topolinia all'ora (locale) di pranzo. A che ora torna a Paperopoli se riparte due ore dopo?
(A) Alle 12, **(B)** alle 14, **(C)** alle 15, **(D)** alle 16,
(E) dipende dall'ora a cui pranzano a Topolinia.

4) Un parallelogramma è costruito incollando quattro triangoli equilateri di lato 10 cm come in figura. Quanti cm distano i vertici opposti A e B?
(A) 25, **(B)** $\sqrt{675}$, **(C)** $\sqrt{700}$, **(D)** $\sqrt{825}$,
(E) 30.



5) I numeri a, b e c sono interi relativi. Si sa che $a^2bc = 1$. Quale delle seguenti affermazioni è sicuramente vera?
(A) $a = 1$ e $b = 1$, **(B)** $a = -1$ e $c = 1$, **(C)** $b^2ac = 1$, **(D)** $a^2b^2 = 1$, **(E)** $a \neq 1$.

6) In una certa azienda ogni dirigente percepisce uno stipendio pari a quattro volte quello di ogni operaio. Il costo complessivo che l'azienda sostiene per pagare gli stipendi di tutti i dipendenti è uguale a sei volte il costo complessivo degli stipendi di tutti i dirigenti. Quanti operai ci sono per ciascun dirigente?
(A) 5, **(B)** 6, **(C)** 20, **(D)** 24, **(E)** 30.

7) Al luna park c'è un distributore di biglie con due pulsanti e un contenitore: il primo pulsante fa entrare 16 biglie nel contenitore, il secondo aumenta il numero di biglie nel contenitore del 50%. Inserendo una moneta, si può premere uno qualsiasi dei due pulsanti. Se il contenitore inizialmente è vuoto, quante biglie al massimo si possono far entrare nel contenitore con 5 monete?
(A) 70, **(B)** 80, **(C)** 88, **(D)** 96, **(E)** 108.

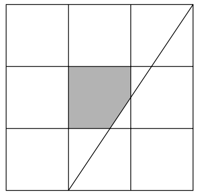
8) Agata, Nina e Leo decidono che al "Via!" ciascuno di loro dirà (a caso) BIM, oppure BUM, oppure BAM. Qual è la probabilità che dicano tutti e tre la stessa cosa?
(A) Meno di $\frac{1}{12}$, **(B)** tra $\frac{1}{12}$ e $\frac{1}{10}$, **(C)** tra $\frac{1}{10}$ e $\frac{1}{8}$, **(D)** tra $\frac{1}{8}$ e $\frac{1}{6}$, **(E)** più di $\frac{1}{6}$.

9) Sia dato un pentagono regolare di lato 1 cm; quanti cm^2 vale l'area dell'insieme dei punti del piano che sono esterni al pentagono e distano al più 1 cm da esso?
(A) $(5 + \pi)$, **(B)** $(3/2 + 2\pi)$, **(C)** 7, **(D)** 8, **(E)** 3π.

10) Otto giocatori, di cui quattro sono difensori e quattro sono attaccanti, organizzano un torneo di biliardino. Ogni possibile coppia difensore-attaccante gioca una e una sola volta contro ogni altra possibile coppia difensore-attaccante. Quanti incontri faranno in tutto?
(A) 24, **(B)** 36, **(C)** 48, **(D)** 72, **(E)** 144.

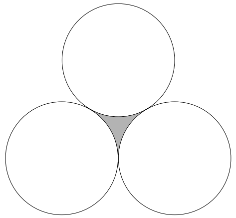
11) È dato un numero primo di tre cifre le cui cifre sono, nell'ordine: a, b, c. Quanti divisori primi ha il numero di sei cifre la cui scrittura è $abcabc$?
[Ricordiamo che 1 non è un numero primo.]
(A) 1, **(B)** 2, **(C)** 3, **(D)** 4, **(E)** 5.

12) Il quadrato in figura è diviso in 9 quadratini congruenti. Sapendo che il lato del quadrato grande misura L, calcolare l'area evidenziata in grigio.
(A) $\frac{11}{108}L^2$, **(B)** $\frac{1}{9}L^2$, **(C)** $\frac{5}{54}L^2$, **(D)** $\frac{1}{12}L^2$, **(E)** $\frac{13}{81}L^2$.



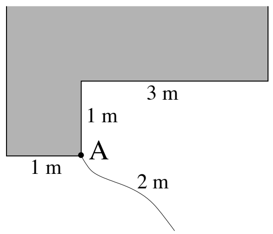
13) Quante cifre ha il numero 20^{10}?
(A) 10, **(B)** 11, **(C)** 13, **(D)** 14, **(E)** 15.

14) Sono date tre circonferenze aventi tutte raggio 1 cm e tangenti due a due come in figura. Calcolare l'area in cm^2 della parte compresa tra le tre circonferenze, evidenziata in grigio in figura.
(A) $(\sqrt{3}-\frac{\pi}{2})$, **(B)** $\sqrt{3}$, **(C)** 3, **(D)** $\frac{\pi}{2}$, **(E)** π.



15) Uno studente in gita si sveglia la mattina e, dalla sua stanza di un hotel a sette piani (oltre al piano terra), scende in ascensore per recarsi al piano terra e fare colazione. Tuttavia, molto assonnato, preme ripetutamente il pulsante sbagliato e visita esattamente una volta tutti gli altri piani (escluso il suo), prima di arrivare finalmente al piano terra. Sapendo che la sua stanza non si trova al piano terra, quanta strada percorre l'ascensore, al massimo?
(A) 29 piani, **(B)** 28 piani, **(C)** 27 piani, **(D)** 26 piani, **(E)** 25 piani.

16) Francesco vuole seminare una zona del giardino della sua casa, che ha la forma riportata in figura (casa in grigio e giardino in bianco tutto intorno). Per far questo, lega una corda di 2 m all'angolo A della casa, la tende e, spostandone l'estremità, disegna il perimetro della zona da seminare. Quanti m^2 seminerà Francesco?
(A) $2\pi+\sqrt{3}$, **(B)** $\frac{15}{4}\pi-\frac{\sqrt{3}}{2}$, **(C)** $\frac{31}{12}\pi+\frac{\sqrt{3}}{2}$,
(D) $\frac{9}{4}\pi$, **(E)** $4\pi-\frac{\sqrt{3}}{2}-1$.



Unione Matematica Italiana

PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA

Ministero dell'Istruzione,
dell'Università e della Ricerca

Scuola Normale Superiore

T1

I Giochi di Archimede - Gara Biennio

25 novembre 2015

- *La prova è costituita da 16 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere* **(A)** , **(B)** , **(C)** , **(D)** , **(E)** .
- *Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti, ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.*
- *Per ciascuno dei problemi, devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice o di strumenti di comunicazione.*

Il tempo che hai a disposizione per svolgere la prova è di 2 ore.
Buon lavoro e buon divertimento!

NOME ____________________ COGNOME ____________________________ classe: __________

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

1. Laura ha ricevuto in regalo 200 dadi da gioco, di tipo molto particolare: ciascun dado ha quattro facce con il numero 2 e due facce con il 5. Laura sta per lanciare i 200 dadi tutti assieme, poi farà la somma dei 200 numeri usciti. Quanti sono i possibili valori che può assumere questa somma?
(A) 201 **(B)** 1000 **(C)** 601 **(D)** 600 **(E)** 1001

2. Giovanni vuole ridipingere, ciascuna a tinta unita, le 5 pareti della sua stanza (4 pareti verticali più il soffitto). Avendo a disposizione vernice rossa, vernice gialla e vernice blu (che non si possono mescolare), vuole fare in modo che le pareti adiacenti (soffitto incluso) non abbiano mai lo stesso colore. In quanti modi Giovanni può scegliere di colorare la stanza?
(A) 18 **(B)** 4 **(C)** 12 **(D)** 9 **(E)** 6

3. Andrea, Beatrice, Chiara, Davide, Enea e Federico sono molto amici. La loro età media è di 14 anni. Se a loro si uniscono tre amici di Enea, l'età media dell'intero gruppo diventa di 16 anni. Qual è l'età media dei tre amici di Enea?
(A) 16 **(B)** 20 **(C)** 19 **(D)** 17 **(E)** 18

4. Qual è la cifra delle unità di $3^{(8^7)}$?
(A) 1 **(B)** 7 **(C)** 3 **(D)** 9 **(E)** 5

5. Giulio sa che nel suo cassetto ci sono, tutti mischiati, 20 calzini neri, 32 calzini blu, 44 grigi e 24 marroni, tutti della stessa forma. Sta partendo e vuole portare almeno due paia di calzini ben abbinati, di due diversi colori (i due calzini di ciascun paio devono avere lo stesso colore, ma le due paia devono essere di colori differenti). Poiché è buio e non distingue i colori, prende un mucchio di calzini alla rinfusa. Quanti calzini dovrà mettere in valigia, come minimo, per avere la certezza di portarne almeno due paia ben abbinati di due diversi colori?
(A) 77 **(B)** 6 **(C)** 68 **(D)** 48 **(E)** 24

6. Ad una festa, ogni ragazzo ha danzato con 4 ragazze diverse ed ogni ragazza ha danzato con 3 ragazzi diversi. Sapendo che alla festa c'erano 9 ragazzi, quante erano le ragazze?
(A) 6 **(B)** 10 **(C)** 12 **(D)** 8 **(E)** 16

7. L'area di un triangolo ABC è di 832 cm^2. Indichiamo con D il punto medio del lato AB, con E il punto medio di BC e con F il punto medio del segmento AE. Di quanti cm^2 è l'area del triangolo DEF?
(A) 78 **(B)** 156 **(C)** 104 **(D)** 124 **(E)** i dati non bastano a determinarlo

8. Qual è la 2015^a cifra dopo la virgola della scrittura decimale di $3/7$?
(A) 7 **(B)** 1 **(C)** 5 **(D)** 2 **(E)** 4

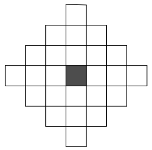
9. Carlo ha dimenticato il codice di sblocco del suo telefono. Tutto ciò che ricorda è che il codice è composto di 4 cifre ed il prodotto di tali cifre è 18. Quanti sono i possibili codici che rispettano queste condizioni?
(A) 32 **(B)** 36 **(C)** 40 **(D)** 60 **(E)** 24

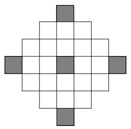
10. Indichiamo con 40! il numero ottenuto moltiplicando tutti i numeri interi da 1 a 40, vale a dire $40! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot ... \cdot 38 \cdot 39 \cdot 40$. Tra i numeri interi maggiori di 40 che sono divisori di 40!, trovare i cinque più piccoli ed indicare la loro somma.
(A) 225 **(B)** 215 **(C)** 219 **(D)** 217 **(E)** 223

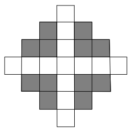
11. Nell'etichetta con la lista degli ingredienti di un prodotto dolciario, si può leggere: zucchero, olio di palma, nocciole 14%, cacao, latte 6%. Sapendo che gli ingredienti sono disposti in ordine (nessun ingrediente può essere presente in quantità maggiore di un altro elencato in precedenza), qual è la percentuale massima di olio di palma che il dolciume potrebbe contenere?
(A) 21% **(B)** 14% **(C)** 80% **(D)** 40% **(E)** 37%

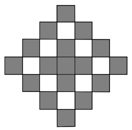
12. Sull'isola dei cavalieri e dei furfanti, i cavalieri sono sempre sinceri ed i furfanti mentono sempre. Durante una riunione, i presenti si siedono attorno a un grande tavolo e ciascuno dice: "la persona alla mia destra è un furfante". Sapendo che tra i presenti ci sono meno di 100 cavalieri, quale dei seguenti potrebbe essere il numero dei partecipanti alla riunione?
(A) 208 **(B)** 85 **(C)** 153 **(D)** 168 **(E)** 205

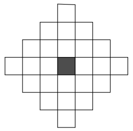
13. Una griglia suddivisa in quadratini è colorata inizialmente come nella figura qui a lato. Una mossa consiste nello scegliere una riga oppure una colonna e invertire il colore di tutte le caselle in essa presenti. Facendo 10 mosse, quale, tra le seguenti configurazioni, non è possibile ottenere?

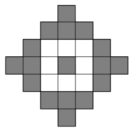


(A)


(B)


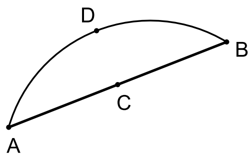
(C)


(D)


(E)


14. Nel pentagono $ABCDE$, gli angoli nei vertici A, C, E sono retti. Si sa inoltre che $\overline{AB} = 15\,\mathrm{m}$, $\overline{BC} = 12\,\mathrm{m}$, $\overline{CD} = 5\,\mathrm{m}$, $\overline{DE} = 20\,\mathrm{m}$. Di quanti m^2 è l'area del pentagono?
(A) 180 **(B)** 210 **(C)** 240 **(D)** 200 **(E)** 270

15. È stato ritrovato un frammento di un antico piatto circolare ormai rotto, della forma in figura. C è il punto medio del segmento AB, mentre D è il punto medio dell'arco AB. Sapendo che AB misura 24 cm e CD misura 6 cm, di quanti cm era il raggio del piatto originale?
(A) 16 **(B)** 12 **(C)** 18 **(D)** 20 **(E)** 15



16. Gianni possiede 60 palline, numerate da 1 a 60. Un giorno, dopo essersi accorto di aver perso la pallina n°1, decide di colorare le 59 rimanenti, rispettando questa regola: ciascun numero deve avere lo stesso colore di tutti i suoi multipli. Al massimo, quanti diversi colori potrà usare Gianni per colorare le 59 palline?
(A) 2 **(B)** 10 **(C)** 8 **(D)** 17 **(E)** 12

Unione Matematica Italiana

PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

Scuola Normale Superiore

T1

I Giochi di Archimede - Gara Biennio

23 novembre 2016

- *La prova è costituita da 16 problemi. Ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere* **(A)** , **(B)** , **(C)** , **(D)** , **(E)** : *una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate.*
- *Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti, ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.*
- *Per ciascuno dei problemi, devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice o di strumenti di comunicazione.*

Il tempo che hai a disposizione per svolgere la prova è di 110 minuti.
Buon lavoro e buon divertimento!

NOME ______________________ COGNOME ________________________________ classe: ___________

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

1. Camilla è molto paziente e sta scrivendo, per esteso, l'intero numero 1000^{1000}. Quante cifre deve scrivere in tutto?
(A) 1000 **(B)** 3001 **(C)** 1000001 **(D)** 1001 **(E)** 1004

2. Carlo ha scritto nel suo quaderno l'elenco di tutti i numeri interi positivi da 1 fino a 1000 (inclusi). Giovanna cancella dall'elenco i numeri pari e sostituisce ciascuno di essi con la sua metà. Quanti numeri diversi saranno scritti nel quaderno di Carlo dopo l'intervento di Giovanna?
(A) 650 **(B)** 900 **(C)** 500 **(D)** 600 **(E)** 750

3. In un'isola vivono due tipi di persone: i cavalieri che dicono sempre la verità ed i furfanti che mentono sempre. Durante una festa di compleanno, alla quale partecipano 450 persone, ciascuno dei presenti afferma: "tutti coloro che, oltre a me, sono presenti alla festa sono dei furfanti". Quanti sono i furfanti alla festa?
(A) nessuno **(B)** 450 **(C)** 449 **(D)** 224 **(E)** 225

4. Quattro amici si sono stancati dei loro portachiavi e decidono di ridistribuirseli, in modo tale che ciascuno di loro ne abbia uno differente da quello che aveva prima. In quanti modi diversi possono scambiarsi i portachiavi?
(A) 6 **(B)** 9 **(C)** 7 **(D)** 8 **(E)** 10

5. Laura sta provando dei vestiti in un negozio. È indecisa tra 8 camicette, 5 maglioni, 6 pantaloni. Per risparmiare comprerà solo due capi, di tipo diverso (ossia non due camicette o due maglioni o due pantaloni). In quanti modi Laura potrà fare i suoi acquisti?
(A) 114 **(B)** 128 **(C)** 342 **(D)** 171 **(E)** 118

6. Ad un torneo di calcio partecipano solo 4 squadre, chiamate A, B, C, D. Ad ogni giornata, ciascuna squadra gioca una partita e, nel corso del torneo, ciascuna squadra incontra ogni altra precisamente una volta. Dopo le prime due giornate, la squadra A ha segnato 4 reti senza subirne, la squadra B ne ha subite 7 senza segnarne, la squadra C ne ha segnate 3 e ne ha subita 1, la squadra D ne ha segnata 1 senza subirne. Tenendo conto che ogni squadra guadagna 3 punti per ogni vittoria, 1 punto per ogni pareggio e nessun punto in caso di sconfitta, indicare quanti punti hanno realizzato, rispettivamente, le squadre A, B, C, D (in questo ordine) nelle prime due giornate.
(A) $4, 0, 3, 4$ **(B)** $4, 0, 4, 2$ **(C)** $4, 0, 3, 2$ **(D)** $4, 1, 3, 2$ **(E)** $3, 1, 4, 2$

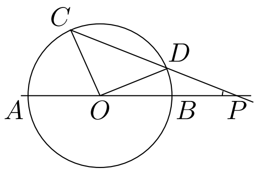
7. Sei persone (due con una maglia verde, due con una maglia rosa, due con una maglia grigia), per giocare a briscola, vogliono suddividersi in tre squadre di due persone ciascuna. In quanti modi possono effettuare la suddivisione, facendo sì che i due di ciascuna squadra abbiano maglie di colori differenti?
(A) 4 **(B)** 11 **(C)** 8 **(D)** 24 **(E)** 15

8. Il prodotto di due numeri naturali è 14000. Quale può essere, al massimo, il loro Massimo Comune Divisore?
(A) 10 **(B)** 20 **(C)** 400 **(D)** 70 **(E)** 140

9. Una squadra di 8 persone partecipa ad un torneo sportivo. Il regolamento prevede che in campo siano presenti sempre 5 giocatori per squadra e che, nel corso di ogni partita (la cui durata è di 60 minuti), gli 8 componenti di ogni squadra devono giocare tutti lo stesso numero di minuti. Per quanti minuti sarà in campo ciascun giocatore durante la partita?
(A) meno di 30 **(B)** tra 30 e 33 **(C)** tra 33 e 36 **(D)** tra 36 e 39 **(E)** più di 39

10. Giulietta è libera dal lavoro tutte le domeniche (e nessun altro giorno). Romeo lavora su una nave da crociera: rimane in mare per 9 giorni, poi ha un giorno libero prima di imbarcarsi di nuovo per altri 9 giorni, e così via. Oggi, mercoledì 23 novembre 2016, Romeo è a terra e s'imbarcherà domani. Quante giornate potranno trascorrere insieme Giulietta e Romeo fino al 23 novembre 2017?
(A) 8 **(B)** 5 **(C)** 7 **(D)** 6 **(E)** 4

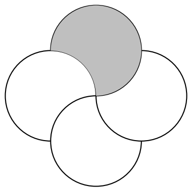
11. Data un circonferenza γ avente centro O e diametro AB lungo 16 cm, sia P un punto sul prolungamento di AB dalla parte di B e sia r una retta passante per P, che interseca γ nei punti C e D (con D compreso tra C e P). Supponiamo, inoltre, che si abbia $OD = DP$ e $A\widehat{P}C = 18°$. Qual è l'ampiezza dell'angolo $A\widehat{O}C$?
(A) 48° **(B)** 54° **(C)** 60° **(D)** 45° **(E)** 72°



12. Del quadrilatero convesso $ABCD$ si conoscono le misure dei lati AB, BC, CD e DA, che sono, nell'ordine, 5, 8, 7 e 12 cm. Indicati con E e F i punti medi dei lati AB e CD, si sa inoltre che l'area del quadrilatero $BEDF$ è di 24 cm^2. Di quanti cm^2 è l'area del quadrilatero $ABCD$?
(A) 32 **(B)** 36 **(C)** 48 **(D)** un valore tra 50 e 60 **(E)** più di 60

13. Un motorino e una bicicletta percorrono un grande tracciato di forma quadrata, partendo nello stesso istante da uno dei vertici e procedendo ambedue in senso orario. Il lato del tracciato misura 90 km. Il motorino viaggia alla velocità costante di 65 km orari, la bicicletta a 30 km orari. Dopo quante ore i due si incontreranno di nuovo in uno dei quattro vertici del tracciato?
(A) 7 **(B)** 72/7 **(C)** 30/7 **(D)** 72 **(E)** non accadrà mai più

14. La figura qui a lato è formata da 4 archi tra loro congruenti di circonferenze aventi raggio 2. Qual è l'area della regione ombreggiata?
(A) $8+\pi$ **(B)** $8+\pi/2$ **(C)** $9+\pi/4$
(D) $16-2\pi$ **(E)** $4+2\pi$



15. Osservando il calendario, Chiara si è accorta che l'anno corrente 2016 ha una particolarità: posto $x = 2016$ il numero dell'anno, allora $x+1$ è multiplo di 1, $x+2$ è multiplo di 2, $x+3$ è multiplo di 3 e $x+4$ è multiplo di 4. Quanti altri numeri interi positivi, minori di 2016, hanno la stessa particolarità?
(A) 154 **(B)** 83 **(C)** 167 **(D)** 24 **(E)** 162

16. Una pulce si trova inizialmente nell'origine del piano cartesiano e può spostarsi sui punti a coordinate intere scegliendo di volta in volta una di queste tre mosse:

- dal punto (x, y) salta al punto $(x+2, y+4)$;
- dal punto (x, y) salta al punto $(x, y+5)$;
- dal punto (x, y) salta al punto $(x-2, y-9)$.

Quanti sono i percorsi, realizzabili dalla pulce con le sue mosse, che la portano dall'origine $(0,0)$ al punto $(0, 2016)$?
(A) nessuno **(B)** precisamente 1 **(C)** un numero compreso tra 10 e 30
(D) un numero compreso tra 30 e 60 **(E)** infiniti

Unione Matematica Italiana

PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

T1

I Giochi di Archimede - Gara Biennio

23 novembre 2017

- *La prova è costituita da 16 problemi. Ogni domanda è seguita da 5 risposte indicate con le lettere* **(A)**, **(B)**, **(C)**, **(D)**, **(E)**. *Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono sbagliate.*
- *Ciascuna risposta corretta vale 5 punti, ciascuna risposta sbagliata vale 0 punti. Per ogni risposta lasciata in bianco oppure illeggibile verrà assegnato 1 punto.*
- *Per ognuno dei problemi, devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice o di strumenti di comunicazione.*

Il tempo che hai a disposizione per svolgere la prova è di 110 minuti.
Buon lavoro e buon divertimento!

NOME ____________________ COGNOME _______________________________ CLASSE __________

data di nascita: ____________ mail (facoltativa): ____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

1. Qual è la cifra delle centinaia di 5^{2017}?
(A) 5 **(B)** 2 **(C)** 1 **(D)** 3 **(E)** 6

2. Attorno a un tavolo sono sedute 4 persone, ciascuna delle quali può essere o un cavaliere (che dice sempre la verità) o un furfante (che mente sempre). Ognuno dei presenti afferma: "Delle altre tre persone sedute a questo tavolo insieme a me, i furfanti sono esattamente due". Qual è il numero complessivo di furfanti che sono seduti al tavolo?
(A) nessuno **(B)** sicuramente 2 **(C)** sicuramente tutti e 4
(D) sicuramente 1 **(E)** gli elementi forniti non sono sufficienti per stabilirlo

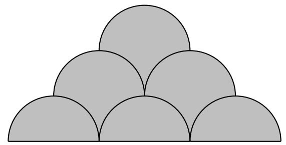
3. Quante sono le coppie di numeri interi positivi (m, n) tali che $m^n = 2^{12}$?
(A) 2 **(B)** 1 **(C)** 3 **(D)** 6 **(E)** 4

4. Ci sono 2017 stanze disposte in fila. La prima contiene 2017 persone e tutte le altre sono inizialmente vuote. Ogni minuto, se una stanza contiene più di una persona, una persona a caso che si trova in quella stanza si sposta nella stanza successiva. Dopo 1001 minuti, quante sono le stanze vuote?
(A) 1017 **(B)** 1515 **(C)** 1016 **(D)** 1517 **(E)** 1015

5. Sia n un numero intero che è multiplo di 1000 ma non di 10000.
Quale di queste affermazioni è sicuramente vera?
(A) $n/3$ è un numero la cui parte intera termina con le cifre 333 o 666.
(B) $n/8$ è un numero intero che termina con le cifre 25 o 75.
(C) $n/125$ è un numero intero che termina con le cifre 8 o 6.
(D) n è divisibile per 16.
(E) Nessuna delle precedenti.

6. Marco scrive in una riga i numeri interi da 1 a 64 (inclusi). Poi inizia a cancellarne alcuni, in questo modo: cancella il numero 1, lascia il 2, cancella il 3, lascia il 4, etc. Arrivato in fondo alla riga, la ripercorre al contrario, cancellando il primo numero che trova tra quelli rimasti, lasciando poi il secondo, etc. Continua quindi a ripercorrere la riga alternativamente nei due sensi, cancellando ogni volta un numero sì e un numero no, fino a quando sulla lavagna resta un solo numero. Qual è quest'ultimo numero rimasto?
(A) 22 **(B)** 14 **(C)** 6 **(D)** 54 **(E)** 38

7. Le sei semicirconferenze presenti nella figura a lato hanno tutte raggio 1 cm. Quanti cm^2 misura l'area della regione ombreggiata?
(A) $8 + 3\pi/4$ **(B)** $9 + \pi/2$ **(C)** $9 + \pi/3$
(D) $6 + 3\pi/2$ **(E)** $10 + \pi/6$



8. Quante sono le coppie di interi positivi (a, b), con $a < b$, tali che $MCD(a, b) = 2$ e $mcm(a, b) = 60$?
(A) 0 **(B)** 4 **(C)** 3 **(D)** 2 **(E)** 6

9. Sia ABC un triangolo e sia D un punto sul lato BC. Supponiamo che si abbia $\widehat{BAD} = \widehat{ACD}$ e $\widehat{CAD} = \widehat{ABD}$. Quale tra le seguenti affermazioni è certamente vera?
(A) ABC è un triangolo equilatero
(B) ABC è un triangolo ottusangolo
(C) ABC è un triangolo isoscele
(D) ABC è un triangolo scaleno
(E) ABC è un triangolo rettangolo

10. Quanti sono i numeri primi tali che, se si cancella da essi un qualsiasi gruppo di cifre anche non consecutive (senza però cancellarle tutte) e si leggono le cifre rimanenti nell'ordine in cui si trovano, si ottiene ancora un numero primo?
(Si ricorda che 1 non è un numero primo.)
(A) 7 **(B)** 3 **(C)** 5 **(D)** 8 **(E)** 10

11. L'area del triangolo ABC è pari a 60 m^2. Siano D, E i punti interni al lato AB tali che $AD = DE = EB$ e siano F, G, H i punti interni ad AC tali che $AF = FG = GH = HC$. Qual è l'area del triangolo AEH?
(A) 20 m^2 **(B)** 45 m^2 **(C)** 30 m^2 **(D)** 40 m^2 **(E)** 24 m^2

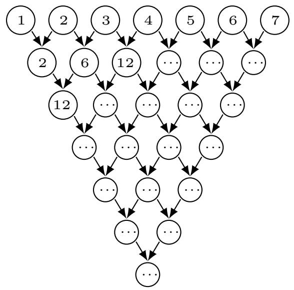
12. Andrea e Chiara si sfidano lanciando più volte un dado. Ogni volta che esce un numero dispari fa un punto Andrea, quando esce un numero pari fa un punto Chiara. Vince la partita chi arriva per primo a 5 punti. Dopo 6 lanci, Andrea è in vantaggio per 4 a 2. Qual è la probabilità che sia Chiara a vincere la partita?
(A) 1/8 **(B)** 1/3 **(C)** 1/6 **(D)** 1/4 **(E)** 1/5

13. Una bottiglia da un litro di bibita all'arancia è costituita per l'80% da acqua e per il 20% da succo d'arancia. Gianni vuole sostituire un po' della bibita contenuta in questa bottiglia con del succo d'arancia, in modo da ottenere una nuova bibita che sia costituita per il 50% da succo d'arancia. Quanti ml della bibita iniziale Gianni deve sostituire con del succo d'arancia?
(A) 300 **(B)** 400 **(C)** 375 **(D)** 320 **(E)** 350

14. Il trapezio isoscele $ABCD$, di basi AB e CD, è inscritto in una circonferenza di raggio 13 m. Si sa che il centro della circonferenza è interno al trapezio $ABCD$ ed inoltre $\overline{AB} = 24$ m, $\overline{CD} = 10$ m. Qual è l'area di $ABCD$?
(A) 272 m^2 **(B)** 289 m^2 **(C)** 170 m^2 **(D)** 306 m^2 **(E)** 340 m^2

15. Caterina inizia a scrivere tutti i numeri interi positivi, uno di seguito all'altro: 12345678910111213... Quale cifra occuperà la 2017^a posizione?
(A) 8 **(B)** 5 **(C)** 1 **(D)** 7 **(E)** 2

16. Dopo aver disegnato uno schema triangolare come quello qui a fianco, Alberto scrive nei cerchi della riga più in alto i numeri interi da 1 a 7. Poi, dentro ciascuno degli altri cerchi, scrive il prodotto dei numeri contenuti nei due cerchi sopra di esso che sono ad esso collegati con una freccia (dunque ottiene 2, 6, 12, ... e così via). Con quanti zeri terminerà il numero che dovrà scrivere nel cerchio più in basso?
(A) 15 **(B)** 12 **(C)** 16 **(D)** 13 **(E)** 14



Unione Matematica Italiana

PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

T1

I Giochi di Archimede - Gara Biennio

22 novembre 2018

- *La prova è costituita da 16 problemi. Ogni domanda è seguita da 5 risposte indicate con le lettere* **(A)**, **(B)**, **(C)**, **(D)**, **(E)**. *Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono sbagliate.*
- *Ciascuna risposta corretta vale 5 punti, ciascuna risposta sbagliata vale 0 punti. Per ogni risposta lasciata in bianco oppure illeggibile verrà assegnato 1 punto.*
- *Per ognuno dei problemi, devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice o di strumenti di comunicazione.*

Il tempo che hai a disposizione per svolgere la prova è di 110 minuti.
Buon lavoro e buon divertimento!

NOME ____________________ COGNOME _______________________________ CLASSE __________

data di nascita: ____________ mail (facoltativa): ____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

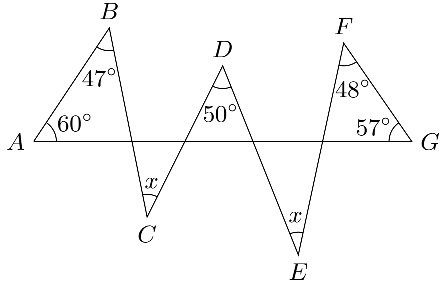
1. Indicare la più piccola tra queste frazioni.
(A) $\frac{2016}{2015}$ **(B)** $\frac{2015}{2014}$ **(C)** $\frac{2017}{2016}$ **(D)** $\frac{2019}{2018}$ **(E)** $\frac{2018}{2017}$

2. Quale dei seguenti numeri si può ottenere sommando i quadrati di due numeri interi multipli di 3?
(A) 450 **(B)** 300 **(C)** 270 **(D)** 483 **(E)** 189

3. Carla costruisce un cubo incollando 1000 piccoli cubetti tutti uguali (con 10 cubetti lungo ogni spigolo). Dipinge quindi di rosso tutte le facce del cubo che ha costruito. Quanti dei cubetti iniziali avranno precisamente due facce colorate di rosso?
(A) 60 **(B)** 120 **(C)** 104 **(D)** 90 **(E)** 96

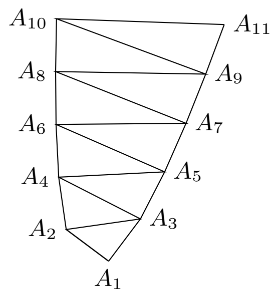
4. Sia Luca che Claudia hanno in mano una carta rossa e una nera. Luca pesca una carta a caso dalla mano di Claudia e la aggiunge alle proprie. A questo punto, Claudia pesca una carta dalla mano di Luca. Qual è la probabilità che ciascuno dei due venga a trovarsi con due carte in mano dello stesso colore (uno con due carte rosse, uno con due carte nere)?
(A) 3/4 **(B)** 1/4 **(C)** 1/3 **(D)** 1/2 **(E)** 1/6

5. Nella figura qui a lato, sono indicate le ampiezze degli angoli di vertici A, B, D, F, G. Gli angoli di vertici C e E hanno la stessa ampiezza, indicata con x. Qual è il valore di tale ampiezza x?
(A) 41° **(B)** 39° **(C)** 40° **(D)** 37° **(E)** 38°



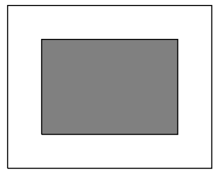
6. Cesare possiede un gran numero di soldatini, tra 2000 e 2500. Prova a disporli in fila per 2, per 3, per 4, 5, 6, 7, ma ogni volta ne avanza uno. Se li vuole disporre tutti in varie file della stessa lunghezza (maggiore di 1), quale dovrà essere come minimo tale lunghezza?
(A) 19 **(B)** 23 **(C)** 11 **(D)** 17 **(E)** 13

7. Teodoro sta costruendo una sequenza di triangoli rettangoli, disposti come qui a lato. Il primo è il triangolo isoscele $A_1A_2A_3$, rettangolo in A_1, con cateti di 1 cm. Il secondo è $A_2A_3A_4$, rettangolo in A_2, dove A_2A_4 è ancora di 1 cm. Il terzo è $A_3A_4A_5$, rettangolo in A_3, con A_3A_5 ancora di 1 cm. La costruzione va avanti così: in ciascun triangolo $A_nA_{n+1}A_{n+2}$, rettangolo in A_n, il cateto A_nA_{n+2} è sempre di 1 cm. Quanti cm misurerà il segmento $A_{100}A_{101}$?
(A) 20 **(B)** 50 **(C)** 25 **(D)** 10 **(E)** 16



8. Tre ragazze ed un ragazzo debbono sedersi attorno a un tavolo con cinque sedie, numerate da 1 a 5. Per decidere il proprio posto, ciascuno dei quattro estrae a sorte uno tra cinque foglietti (numerati da 1 a 5). Qual è la probabilità che la sedia che rimane vuota venga a trovarsi tra due ragazze?
(A) 3/5 **(B)** 2/5 **(C)** 2/3 **(D)** 3/4 **(E)** 1/2

9. Il lato maggiore della cornice di un quadro è 5/4 del minore. La cornice ha lo stesso spessore su tutti e quattro i lati. Nel quadro all'interno della cornice (rappresentato con un rettangolo grigio), il lato maggiore misura 32 cm e il lato minore 24. Di quanti cm^2 è l'area del rettangolo delimitato dal bordo esterno della cornice?
(A) 1440 **(B)** 1200 **(C)** 1280 **(D)** 1600 **(E)** 1500



10. Un cellulare con la batteria del tutto scarica deve rimanere in carica 2 ore per ricaricarsi completamente, se nel frattempo non è in uso. Se invece è utilizzato durante la ricarica, la metà dell'energia introdotta viene subito consumata e solo la parte restante si accumula nella batteria. Sapendo che, per ricaricare la batteria da zero, sono servite 2 ore e mezza, stabilire per quanti minuti il cellulare è stato utlizzato durante la ricarica (si suppone, che si usi o meno il telefono, che l'energia immagazzinata in un intervallo di tempo sia proporzionale alla sua durata).
(A) 75 **(B)** 60 **(C)** 54 **(D)** 70 **(E)** 72

11. Quanti sono i diversi triangoli isosceli, con tutti i lati di lunghezze intere, aventi un lato di lunghezza 2018 che è maggiore degli altri due?
(A) 1007 **(B)** 1006 **(C)** 1010 **(D)** 1008 **(E)** 1011

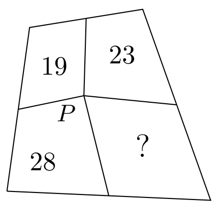
12. Mario scrive i numeri interi positivi in una griglia con 7 colonne, come mostrato in figura. Poiché ha in antipatia il numero 11, nel suo elenco mancano tutti i multipli di 11. Indichiamo con $(m;n)$ la casella che si trova nella riga numero m (contando dall'alto) e nella colonna numero n (contando da sinistra): ad esempio, la casella $(2;4)$ contiene il numero 12. In quale casella sarà contenuto il numero 1500?

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	23
24	25	...	...	...	...	...
...	...	...	...			
...						

(A) $(195;6)$ **(B)** $(215;2)$ **(C)** $(214;2)$
(D) $(194;3)$ **(E)** $(193;6)$

13. Chiara ha disposto 8 monetine in fila. Alcune mostrano la faccia con la testa, altre quella con la croce, in questa sequenza: `TTTTTCCC`. Fa questo gioco: ad ogni mossa, sceglie due monete consecutive e le capovolge entrambe. Chiara, con alcune mosse di questo tipo, vorrebbe ottenere una fila di monete disposte nella sequenza `CCCCCCTT`. Che cosa si può concludere?
(A) Ci può riuscire con un minimo di 3 mosse.
(B) Ci può riuscire con un minimo di 5 mosse.
(C) Ci può riuscire con un minimo di 7 mosse.
(D) Ci può riuscire con un numero pari di mosse.
(E) Non ci può riuscire.

14. Da un punto P all'interno di un quadrilatero convesso, si tracciano i segmenti che lo congiungono ai punti medi dei lati. In questo modo, il quadrilatero viene suddiviso in quattro regioni. Nella figura sono indicate le aree di tre di queste regioni. Qual è l'area della quarta?



(A) 32 **(B)** 33 **(C)** 29 **(D)** 31 **(E)** 30

15. Michela ha disegnato una tabella rettangolare di dimensioni 2×100. Vuole disporre 99 monete, ciascuna in una casella della tabella, in modo che non vi siano coppie di caselle con un lato in comune entrambe occupate da una moneta. In quanti modi diversi Michela potrà collocare le 99 monete?
(A) 200 **(B)** 396 **(C)** 402 **(D)** 400 **(E)** 202

16. Nel triangolo isoscele ABC, dove $\overline{AB} = \overline{BC} = 5\,\text{cm}$ e $\overline{AC} = 6\,\text{cm}$, l'altezza uscente dal vertice C cade nel punto D del lato AB. Di quanti cm^2 è l'area del triangolo BCD?
(A) $\frac{10}{3}$ **(B)** $\frac{56}{15}$ **(C)** $\frac{17}{5}$ **(D)** $\frac{84}{25}$ **(E)** $\frac{24}{7}$

Unione Matematica Italiana

PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA

Ministero dell'Istruzione,
dell'Università e della Ricerca

I Giochi di Archimede - Gara Biennio

21 novembre 2019

- *La prova è costituita da 16 problemi. Ogni domanda è seguita da 5 risposte indicate con le lettere* **(A)**, **(B)**, **(C)**, **(D)**, **(E)**. *Una sola di queste risposte è corretta.*
- *Ciascuna risposta corretta vale 5 punti, ciascuna risposta sbagliata vale 0 punti. Per ogni risposta lasciata in bianco oppure illeggibile verrà assegnato 1 punto.*
- *Per ognuno dei problemi, trascrivi* **IN STAMPATELLO** *la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni.*
- **ANNERISCI COMPLETAMENTE** *il tuo mese di nascita, il tuo genere, la tua classe. Scrivi le altre informazioni richieste* **IN STAMPATELLO** *vicino alle frecce, con la massima cura e precisione.*

Non è permesso l'uso di calcolatrici o strumenti di comunicazione.
Il tempo a tua disposizione è di 110 minuti. Buon lavoro!

NOME →
COGNOME →
ANNO DI NASCITA →
MESE DI NASCITA
GEN FEB MAR APR MAG GIU
LUG AGO SET OTT NOV DIC
GIORNO DI NASCITA →
GENERE **F** **M**
CLASSE **1** **2**
SEZIONE →

GRIGLIA DELLE RISPOSTE **T1**

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

1. Per quanti numeri reali x vale la catena di disuguaglianze $0 \leq x \leq \frac{1}{x} \leq 1$?
(A) infiniti **(B)** 3 **(C)** nessuno **(D)** solo 1 **(E)** 2

2. Nel triangolo DEF, le altezze (uscenti, rispettivamente, dai vertici D, E e F) misurano, nell'ordine, 81, 82 e 79 metri. Indicando con d, e, f le lunghezze, rispettivamente, dei lati EF, FD, DE, quale di queste disuguaglianze è corretta?
(A) $e < d < f$ **(B)** $d < e < f$ **(C)** $f < d < e$
(D) $e < f < d$ **(E)** $f < e < d$

3. La pagina Instagram delle Olimpiadi di Matematica pubblica un problema al giorno. Alberto e Barbara si sfidano a risolvere il maggior numero di problemi nell'arco di 10 settimane, a partire da un lunedì. Barbara sa che Alberto prova a risolvere tutti e soli i problemi dal lunedì al giovedì di ogni settimana (ma non sa se ci riesce o meno). Barbara, invece, è sicura di saper risolvere tutti i problemi, tranne quelli della domenica. Supponendo che Barbara abbia ragione e tenendo conto che ha intenzione di iniziare a lavorare il più tardi possibile, che giorno della settimana è quello in cui deve cominciare per essere sicura della propria vittoria?
(A) lunedì **(B)** martedì **(C)** mercoledì **(D)** giovedì **(E)** venerdì

4. Clara vuole prestare due dei suoi libri al cugino Luca. Possiede 9 libri gialli, 7 libri di viaggi, 4 libri di poesie. In quanti modi può essere scelta la coppia di libri da prestare, tenendo conto che devono essere di due generi diversi?
(A) 40 **(B)** 121 **(C)** 118 **(D)** 120 **(E)** 127

5. In un triangolo LMN gli angoli di vertici L e N hanno ampiezze, rispettivamente, $42°$ e $80°$. Sia r la retta passante per M che è perpendicolare alla bisettrice dell'angolo $\widehat{LMN}$ e sia O il punto d'intersezione tra r e la retta LN.
Qual è l'ampiezza dell'angolo $\widehat{MON}$?
(A) $17°$ **(B)** $15°$ **(C)** $18°$ **(D)** $21°$ **(E)** $19°$

6. Due uomini possiedono delle monete. Se il primo ne prendesse 2 dal secondo, allora ne avrebbe tante quante ne resterebbero al secondo. Se, invece, il secondo ne prendesse 1 al primo, allora ne avrebbe il triplo di quante ne resterebbero al primo. Quante monete possiedono i due uomini in totale?
(A) 14 **(B)** 16 **(C)** 12 **(D)** 18 **(E)** 13

7. Romeo, Giuletta, Elena, Paride, Ulisse si siedono su una panchina. Giulietta vuole stare accanto a Romeo, Elena accanto a Paride. In quanti modi possono disporsi i cinque da sinistra verso destra, in modo da accontentarle?
(A) 24 **(B)** 20 **(C)** 18 **(D)** 16 **(E)** 30

8. Il prezzo di vendita di un bene si ottiene aumentando l'importo effettivo di una certa percentuale, detta IVA (una tassa, che poi viene versata al fisco). In un negozio, il prezzo di vendita di un maglione è di 61,00 €, comprensivo di IVA al 22%. Se l'IVA passasse al 24%, quale diventerebbe il prezzo di vendita del maglione?
(A) 62,25 € **(B)** 62,22 € **(C)** 63,00 € **(D)** 62,00 € **(E)** 61,50 €

9. Preso un rettangolo $ABCD$, sia E il punto sulla diagonale BD tale che la retta AE sia perpendicolare a BD. Sapendo che l'angolo $\widehat{BAC}$ è di $28°$, quale sarà l'ampiezza dell'angolo $\widehat{DAE}$?
(A) $24°$ **(B)** $36°$ **(C)** $32°$ **(D)** $28°$ **(E)** $30°$

10. Un ottagono convesso possiede 8 angoli interni.
Quanti di essi, al massimo, possono essere retti?

(A) 4 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 5 **(E)** 1

11. Caterina sta saltando lungo una fila di mattonelle. Partendo dalla prima, con salti di 2 mattonelle alla volta (ossia, salta sulla 3^a, la 5^a, la 7^a, e così via), arriva sull'ultima; si volta indietro e, con salti di 3 mattonelle alla volta, torna alla prima; si volta ancora e, con salti di 4 mattonelle arriva di nuovo all'ultima mattonella; si volta di nuovo e, con salti di 5 mattonelle torna di nuovo alla prima. Quale tra i seguenti potrebbe essere il numero di mattonelle della fila?

(A) 121 **(B)** 91 **(C)** 90 **(D)** 60 **(E)** 31

12. I numeri reali x e y verificano l'uguaglianza $(2x - 3y)^2 + (3x - 1)^2 = 0$.
Qual è il valore di $x + y$?

(A) 1/3 **(B)** 5/9 **(C)** 1 **(D)** 1/2 **(E)** 3/4

13. Laura possiede due dadi. Uno dei due è un normale dado da gioco, con facce numerate da 1 a 6. L'altro è invece un dado speciale, che possiede due facce con il numero 3, una faccia con il 4 e tre facce con il 6. Lanciando insieme i due dadi, qual è la probabilità che la somma dei due numeri usciti sia uguale a 8?

(A) 2/9 **(B)** 1/6 **(C)** 1/9 **(D)** 1/12 **(E)** 1/8

14. Quanti multipli di 7, compresi tra 1 e 5000, sono quadrati di numeri interi?

(A) 10 **(B)** 26 **(C)** 12 **(D)** 102 **(E)** 70

15. Attorno a un tavolo ci sono 8 persone, ciascuna delle quali può essere o un cavaliere o un furfante. Ogni volta che parla un cavaliere, la frase che pronuncia è vera; ogni volta che parla un furfante, la frase che pronuncia è falsa. Uno di loro pronuncia la seguente frase: "alla mia destra siede un cavaliere e alla mia sinistra siede un furfante". Il vicino di destra di costui dichiara: "alla mia sinistra siede un cavaliere e alla mia destra siede un furfante". Il vicino di destra di quest'ultimo afferma: "alla mia destra siede un cavaliere e alla mia sinistra siede un furfante". E così via, le frasi si alternano, fino all'ottava persona, che afferma: "alla mia sinistra siede un cavaliere e alla mia destra siede un furfante". Si può concludere che, tra le 8 persone presenti, il numero complessivo di cavalieri...

(A) è possibile che sia 2 oppure 4, ma non 0, 6 o 8
(B) è possibile che sia 2, 4 o 6, ma non 0 o 8
(C) è possibile che sia 0, 2 o 4, ma non 6 o 8
(D) è possibile che sia 0, 2, 4 o anche 6, ma non 8
(E) è possibile che sia 0 oppure 4, ma non 2, 6 o 8

16. È assegnato un trapezio rettangolo $PQRS$, con angoli retti in P e in S, dove $\overline{PQ} > \overline{RS}$ e $\overline{PS} = \overline{RS} = 31$. Sia K il punto sul lato PS tale che $\overline{PK} = 14$.
Sapendo che $\widehat{SKR} = \widehat{PQR}$, quale sarà la misura di KQ?

(A) 45 **(B)** 48 **(C)** 52 **(D)** 49 **(E)** 50

I Giochi di Archimede 2020/2021

GARA DI RISERVA BIENNIO –– CODICE PROVA: BB01

1. Per dipingere la sua cameretta, Maria ha creato una tinta mescolando 1896 grammi di vernice gialla e 120 grammi di bianco. Suo cugino Giulio vuole dipengerla dello stesso colore. Con quanti grammi di bianco dovrà mescolare 2212 grammi di vernice gialla per ottenere lo stesso colore?

   (A) 133 **(B)** 140 **(C)** 144 **(D)** 147 **(E)** 146

2. Andrea sta provando dei vestiti in un negozio. È indeciso tra 4 camicie, 5 maglioni, 4 felpe e 3 pantaloni. Per non spendere troppo comprerà precisamente due capi, di tipo diverso (ossia non due camicie o due pantaloni, etc.). In quanti modi Andrea potrà fare i suoi acquisti?

   (A) 95 **(B)** 119 **(C)** 117 **(D)** 127 **(E)** 126

3. Martina compra dei libri, che costano in tutto 141 euro. Ha in tasca 30 banconote da 5 euro e 160 monete da 1 euro. In quanti modi diversi Martina potrà pagare i libri in maniera precisa (senza ricevere alcun resto)?

   (A) 28 **(B)** 27 **(C)** 26 **(D)** 29 **(E)** 25

4. Quanti sono i multipli di 79 compresi tra 15000 e 36000?

   (A) 270 **(B)** 279 **(C)** 261 **(D)** 266 **(E)** 268

5. Gli angoli del triangolo DEF hanno ampiezze: $\widehat{D} = 71°$, $\widehat{E} = 56°$, $\widehat{F} = 53°$. Dal vertice E si tracciano l'altezza EH e la bisettrice EB. Qual è l'ampiezza dell'angolo $\widehat{BEH}$?

   (A) 7° **(B)** 5° **(C)** 9° **(D)** 6° **(E)** 8°

6. Quanti sono i numeri pari di tre cifre tutte diverse tra loro, dove sono presenti sia la cifra 4 che la cifra 5?

   (A) 22 **(B)** 23 **(C)** 20 **(D)** 34 **(E)** 32

7. L'area di un triangolo ABC è di 648 m^2. Preso un punto F sul lato AB, siano D, E i punti she suddividono il segmento CF in tre parti uguali $CD = DE = EF$. Se M e N sono i punti medi dei lati AC e BC, quanti m^2 misura l'area del quadrilatero $EMDN$?

   (A) i dati forniti non sono sufficienti **(B)** 162 **(C)** 96 **(D)** 108 **(E)** 72

8. Preso un poligono convesso, si prolungano illimitatamente tutti e 18 i suoi lati in entrambe le direzioni, suddividendo il piano in varie regioni. Quante di queste regioni sono illimitate?

   (A) 18 **(B)** 48 **(C)** 24 **(D)** 27 **(E)** 36

9. In un'isola vivono due categorie di persone: i cavalieri (che dicono sempre il vero) ed i furfanti (che dicono sempre il falso). Ad un banchetto, ci sono 10 tavoli con 3 persone sedute, 7 tavoli con 4 persone, 8 tavoli con 5 persone e 13 tavoli con 6 (tutti tavoli circolari). Ciascuno dei presenti afferma: *"nessuna delle due persone accanto a me è della mia stessa categoria"*. Quanti possono essere, al massimo, i cavalieri presenti al banchetto?

   (A) 47 **(B)** 0 **(C)** 41 **(D)** 51 **(E)** 39

10. Nella vasca di una fontana ci sono due diversi rubinetti, A e B, collegati a tubature indipendenti. Lasciando tutto aperto il rubinetto A occorrono 6 minuti per riempire la vasca. Aprendo il rubinetto B, che ha portata minore, ci vogliono invece 9 minuti. In quanti secondi si riempie la vasca lasciando aperti tutti e due i rubinetti simultaneamente?

    (A) 252 **(B)** 288 **(C)** 175 **(D)** 216 **(E)** 273

11. Una scatola ha sei facce rettangolari, tre delle quali hanno aree, rispettivamente, 8 dm^2, 40 dm^2, 20 dm^2. Quanti dm^3 misura il volume della scatola?

    (A) 40 **(B)** 60 **(C)** 32 **(D)** 64 **(E)** 80

12. Nel quadrilatero convesso $ABCD$ le diagonali AC e BD sono perpendicolari. I lati AB, BC, CD misurano, nell'ordine, 4 cm, 1 cm, 7 cm. Quanti cm misura il perimetro del quadrilatero $ABCD$?

    (A) 22 **(B)** 20 **(C)** 19 **(D)** 18 **(E)** 24

I Giochi di Archimede 2021

GARA BIENNIO -- CODICE PROVA: 2091

1. Lungo una circonferenza sono segnati tre punti rossi, due punti verdi, due punti gialli, un punto blu. Quanti triangoli si possono ottenere scegliendo due vertici dello stesso colore ed il terzo di un altro colore?

   (A) 27 **(B)** 36 **(C)** 25 **(D)** 30 **(E)** 31

2. Sapendo che $(5-4x)(5x-4)=0$, quale può essere, al massimo, il valore di $3-2x$?

   (A) 7/5 **(B)** 1/2 **(C)** 5/7 **(D)** 3/4 **(E)** 4/7

3. Dal momento che $2021 = 43 \cdot 47$, prodotto di due numeri primi **differenti**, possiamo dire che 2021 è un numero *secondo*. Quanti sono i numeri *secondi* compresi tra 40 e 70 ?

   (A) 7 **(B)** 6 **(C)** 11 **(D)** 8 **(E)** 10

4. Nel triangolo XYZ l'angolo $\widehat{X}$ misura 48° e $\widehat{Z}$ è il triplo di $\widehat{Y}$. Qual è l'ampiezza di $\widehat{Y}$?

   (A) 24° **(B)** 44° **(C)** 33° **(D)** 16° **(E)** 22°

5. Quale tra i seguenti è il quadrato di un numero intero?

   (A) $77^{16} \cdot 14^9 \cdot 22^{25}$ **(B)** $77^{11} \cdot 14^{16} \cdot 22^{25}$ **(C)** $77^{17} \cdot 14^9 \cdot 22^{11}$
   (D) $77^9 \cdot 14^{16} \cdot 22^{13}$ **(E)** $77^9 \cdot 14^{12} \cdot 22^{16}$

6. Nell'isola dove vivono solo cavalieri (che dicono sempre il vero) e furfanti (che dicono sempre il falso), l'ufficio postale è piuttosto affollato. Ci sono quattro file agli sportelli: una con 12 persone, una con 11, una con 15 e una con 14 persone. Ognuno dei presenti (tranne i primi due di ciascuna fila) dice questa frase: "tra le persone davanti a me nella mia fila ci sono almeno due furfanti". Quanti sono in tutto i cavalieri all'ufficio postale?

   (A) 36 **(B)** 26 **(C)** 44 **(D)** non si può stabilire **(E)** 40

7. Le altezze uscenti dai vertici A, B e C del triangolo ABC misurano, rispettivamente, 6 m, 8 m e 4 m. Indicata con ℓ la lunghezza del lato AB, quanto misura il perimetro del triangolo?

   (A) $\frac{17}{8}\ell$ **(B)** $\frac{13}{6}\ell$ **(C)** $\frac{25}{12}\ell$ **(D)** $\frac{15}{7}\ell$ **(E)** $\frac{32}{15}\ell$

8. Paola ha preparato una bevanda mescolando 800 ml di succo di pera con 200 ml di succo di banana, ne beve 300 ml e lascia in una brocca la parte rimanente. Francesco mescola la bevanda nella brocca con 200 ml di succo di fragola e ne beve 180 ml. Quanto succo di pera c'è adesso nella brocca?

   (A) 432 ml **(B)** 442 ml **(C)** 425 ml **(D)** 415 ml **(E)** 448 ml

9. L'area del triangolo DEF è di 8 m^2. Si prolunga il lato DE di un segmento $EE' = DE$; si prolunga il lato EF di un segmento $FF' = EF$; si prolunga il lato FD di un segmento $DD' = 2\,FD$. Quale sarà l'area di $D'E'F'$?

   (A) 88 m^2 **(B)** 72 m^2 **(C)** 64 m^2 **(D)** 80 m^2 **(E)** 84 m^2

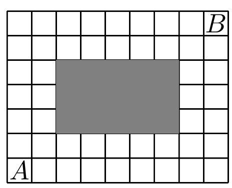
10. Emanuele scrive delle parole usando solo le lettere A, B, C. Ciascuna parola deve rispettare queste condizioni: deve contenere almeno una delle lettere A, B, C, ma non tutte e tre; non può contenere più di una volta la B; non può contenere più di una volta la C; non può contenere una sequenza AA (due A di seguito). Quante parole differenti Emanuele potrà scrivere?

    (A) 11 **(B)** 10 **(C)** 8 **(D)** 9 **(E)** 13

11. Nel trapezio $ABCD$, di basi AB e CD, le diagonali AC e BD sono tra loro perpendicolari. I segmenti AB e BD misurano, nell'ordine, 20 m e 17 m; l'area del triangolo ABD è di 102 m^2. Quanti metri misura il lato CD?

    (A) 9/5 **(B)** 4/3 **(C)** 5/4 **(D)** 9/8 **(E)** 8/5

12. In un tabellone 9×7, una pedina (inizialmente nella casella A) può essere spostata attraversando ad ogni mossa il lato in comune a due caselle confinanti. Federica vuole portarla nella casella B in 14 mosse, senza calpestare il rettangolo centrale 5×3 (la pedina deve rimanere sempre sulla cornice avente spessore di 2 caselle). Quanti sono i percorsi possibili?

    (A) 98 **(B)** 108 **(C)** 100 **(D)** 112 **(E)** 104

Ministero dell'Istruzione e del Merito

Unione Matematica Italiana

I Giochi di Archimede

- Gara Biennio -

211

1 dicembre 2022

- *La prova è costituita da 16 problemi. Ogni domanda è seguita da 5 risposte indicate con le lettere* **(A)**, **(B)**, **(C)**, **(D)**, **(E)**. *Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono sbagliate.*
- *Ciascuna risposta corretta vale 5 punti, ciascuna risposta sbagliata vale 0 punti. Per ogni risposta lasciata in bianco oppure illeggibile verrà assegnato 1 punto.*
- *Per ognuno dei problemi, devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice o di strumenti di comunicazione.*

Il tempo che hai a disposizione per svolgere la prova è di 100 minuti.
Buon lavoro e buon divertimento!

COGNOME ____________________ NOME ____________________

CLASSE e SEZ. ________ DATA DI NASCITA ________________

CONTATTO (cell. o mail) ________________________________

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**

1. Qual è la cifra delle unità del numero $2023^{\left(2022^{2021}\right)}$?

   (A) 3 **(B)** 9 **(C)** 7 **(D)** 1 **(E)** 5

2. Giulia ha un sacco di perline e 5 scatoline colorate dove sistemarle: ne mette 2 nella scatolina gialla, 2 nella scatolina blu, poi 3 in quella rossa, 3 in quella verde e 3 in quella bianca, dopo di che ricomincia con la stessa regola. Com'è la scatolina dove metterà la 2022-esima perlina?

   (A) gialla **(B)** blu **(C)** rossa **(D)** verde **(E)** bianca

3. ABC è un triangolo isoscele con $\overline{AC} = \overline{BC}$. Si sceglie un punto A' sul lato AC in modo tale che $\overline{AB} = \overline{BA'} = \overline{A'C}$. Qual è l'ampiezza dell'angolo $A\widehat{C}B$?

   (A) 30° **(B)** 36° **(C)** 40° **(D)** 45° **(E)** 60°

4. Gabriele nota che il numero 2022 si scrive con 3 cifre uguali (diverse da 0) e una cifra 0. Quanti sono in tutto i numeri naturali di 4 cifre che si scrivono con 3 cifre uguali (diverse da 0) e una cifra 0?

   (A) 21 **(B)** 22 **(C)** 24 **(D)** 25 **(E)** 27

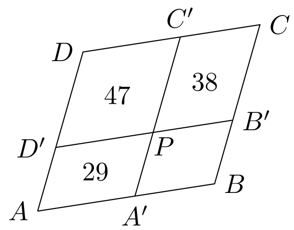
5. Mentre pensa ad un problema di matematica, Francesco cammina come al solito avanti e indietro, facendo 1 passo in avanti, 2 indietro, 3 in avanti, 4 indietro e così via. Nel momento in cui, per la prima volta, gli capita di fare 100 passi consecutivi in avanti, finalmente risolve il problema. A quanti metri distanza si troverà dal punto di partenza (tenuto conto che ogni passo è di 60 cm)?

   (A) 29,40 **(B)** 30 **(C)** 30,60 **(D)** 31,20 **(E)** 31,80

6. Sapendo che il minimo comune multiplo tra due numeri naturali è uguale a 240, qual è il più piccolo valore possibile della loro somma?

   (A) 34 **(B)** 32 **(C)** 31 **(D)** 30 **(E)** 38

7. Considerato un parallelogramma $ABCD$, le rette parallele ai lati passanti per un punto interno P intersecano i lati in A', B', C' e D', come in figura. I perimetri (in metri) dei parallelogrammi $D'AA'P$, $C'DD'P$ e $B'CC'P$ sono quelli indicati in figura. Quanti metri misura il perimetro del parallelogramma $ABCD$?

   (A) 78 **(B)** 63 **(C)** 72 **(D)** 114 **(E)** 67

8. Su un tavolo ci sono due mattoncini di legno uguali, a forma di parallelepipedo. Clara li vuole impilare uno sull'altro, facendo in modo che le due facce a contatto siano tra loro differenti. Così facendo, l'altezza complessiva della pila può essere o 22 cm o 30 cm o 32 cm. Quanti cm^3 misura il volume di un mattoncino?

   (A) 2400 **(B)** 2700 **(C)** 3000 **(D)** 2800 **(E)** 1800

9. In una tabella 3×3 sono scritti tutti i numeri naturali da 1 a 9. Si sa che: il prodotto dei numeri nella riga in alto è 84; il prodotto dei numeri nella colonna di sinistra è 16; la somma dei numeri nella riga centrale è uguale alla somma dei numeri nella riga più in basso; il prodotto dei numeri in una delle due diagonali è dispari. Quale numero è scritto nella casella di destra della riga centrale?

		?

(A) 5 **(B)** 4 **(C)** 9 **(D)** 6 **(E)** 3

10. Quante sono le terne di numeri naturali tra loro distinti (a, b, c) tali che il numero a sia un divisore di b, il numero b sia un divisore di c ed il numero c sia un divisore di 12?

(A) 6 **(B)** 7 **(C)** 8 **(D)** 10 **(E)** 9

11. Quanti sono i numeri naturali di 3 cifre dove almeno una delle cifre è uguale a 4?

(A) 252 **(B)** 196 **(C)** 180 **(D)** 225 **(E)** 216

12. Laura dipinge di blu l'intera superficie di un cubo di legno, poi lo taglia suddividendolo in $6^3 = 216$ cubetti uguali. Mescolando i cubetti ed estraendone uno a caso, qual è la probabilità che Laura ne trovi uno che abbia esattamente una faccia dipinta di blu?

(A) 9/24 **(B)** 32/81 **(C)** 1/2 **(D)** 1/3 **(E)** 4/9

13. La tabella qui a fianco, con 7 colonne ed infinite righe che proseguono all'ingiù, viene riempita inserendo nelle caselle i numeri naturali, in ordine crescente, saltando tutti i multipli di 5. Con quale numero termina la centesima riga?

1	2	3	4	6	7	8
9	11	12	13	14	16	17

(A) 876 **(B)** 874 **(C)** 877 **(D)** 701 **(E)** 699

14. Un maestro ha assegnato il compito di disegnare sul quaderno un triangolo ABC a piacere, tracciare le tre altezze AA', BB', CC' e misurarne le rispettive lunghezze. Cinque alunni hanno trovato le misure riportate nelle risposte sottostanti. Chi di loro ha sicuramente sbagliato qualcosa?

(A) $\overline{AA'} = 4\,\text{cm}$ $\overline{BB'} = 6\,\text{cm}$ $\overline{CC'} = 8\,\text{cm}$
(B) $\overline{AA'} = 3\,\text{cm}$ $\overline{BB'} = 4\,\text{cm}$ $\overline{CC'} = 6\,\text{cm}$
(C) $\overline{AA'} = 3\,\text{cm}$ $\overline{BB'} = 4\,\text{cm}$ $\overline{CC'} = 8\,\text{cm}$
(D) $\overline{AA'} = 4\,\text{cm}$ $\overline{BB'} = 6\,\text{cm}$ $\overline{CC'} = 9\,\text{cm}$
(E) $\overline{AA'} = 3\,\text{cm}$ $\overline{BB'} = 6\,\text{cm}$ $\overline{CC'} = 8\,\text{cm}$

15. Lucia e Carla giocano una contro l'altra a tombola (senza altri avversari). Ciascuna ha una cartella con 15 numeri; le due cartelle hanno precisamente 4 numeri in comune. Qual è la probabilità che, dopo 89 numeri estratti, nessuna delle due abbia ancora fatto tombola?

(A) 2/45 **(B)** 3/89 **(C)** 1/15 **(D)** 1/30 **(E)** 1/90

16. Nel triangolo ABC, i lati AB e AC misurano rispettivamente 10 m e 17 m, l'altezza AH misura 8 m e l'angolo $\widehat{A}$ è ottuso. Indicando con D il punto medio di AB, con E il punto medio di BD, con F il punto medio di AC e con G il punto medio di AF, quanti m^2 misura l'area del triangolo DEG?

(A) 9/2 **(B)** 19/4 **(C)** 21/4 **(D)** 25/4 **(E)** 11/2

Ministero dell'Istruzione e del Merito
Unione Matematica Italiana

I Giochi di Archimede

- Gara Biennio -

211

30 novembre 2023

- *La prova è costituita da 16 problemi. Ogni domanda è seguita da 5 risposte indicate con le lettere* **(A)**, **(B)**, **(C)**, **(D)**, **(E)**. *Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono sbagliate.*
- *Ciascuna risposta corretta vale 5 punti, ciascuna risposta sbagliata vale 0 punti. Per ogni risposta lasciata in bianco oppure illeggibile verrà assegnato 1 punto.*
- *Per ognuno dei problemi, devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice o di strumenti di comunicazione.*

Il tempo che hai a disposizione per svolgere la prova è di 100 minuti.
Buon lavoro e buon divertimento!

COGNOME ______________________ NOME ______________________

CLASSE e SEZ. ________ DATA DI NASCITA ______________ SESSO ____

CONTATTO (cell. o mail) ____

1	2	3	4		5	6	7	8		9	10	11	12		13	14	15	16

1. Dario lancia un dado a 6 facce, numerate da 1 a 6, mentre Silvia lancia un dado a 20 facce, numerate da 1 a 20. Qual è la probabilità che facciano lo stesso numero?

   (A) 1/120 **(B)** 1/6 **(C)** 1/20 **(D)** 3/10 **(E)** 1/14

2. Quanti numeri di 3 cifre sono multipli di 4 e si possono scrivere senza usare altre cifre al di fuori di 1, 2, 5, 8?

   (A) 16 **(B)** 18 **(C)** 12 **(D)** 10 **(E)** 14

3. In un triangolo ABC, sia D un punto sul lato BC tale che $\overline{AC} = \overline{CD}$. Sapendo che $\overline{AD} = \overline{DB}$ e che $\widehat{C} = 16°$, qual è l'ampiezza dell'angolo $\widehat{B}$?

   (A) 32° **(B)** 40° **(C)** 36° **(D)** 38° **(E)** 41°

4. Alberto vuole riordinare uno scaffale della sua libreria, dove ci sono 3 quaderni verdi, 2 blu e 2 rossi. Li vuole disporre in modo che i quaderni dello stesso colore stiano tutti vicini tra loro, senza altri colori in mezzo. In quanti modi Alberto può disporre in fila, da sinistra verso destra, i suoi 7 quaderni sullo scaffale?

   (A) 36 **(B)** 144 **(C)** 48 **(D)** 96 **(E)** 576

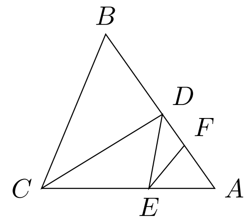
5. Una sequenza di 6 numeri $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ è stata scelta in modo da avere $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = a_5 - a_4 = a_6 - a_5$. Sapendo che $a_1 + a_2 + a_3 = 7$ e $a_4 + a_5 + a_6 = 19$, indicare qual è il valore di $a_4 - a_1$.

   (A) 2 **(B)** 6 **(C)** 3 **(D)** 1 **(E)** 4

6. Dati i numeri $x = 2^{(4^6)}$ e $y = 2^{(6^5)}$, consideriamo le 4 affermazioni seguenti:
   (1) x è un quadrato perfetto; (2) x è un divisore di y;
   (3) y è un quadrato perfetto; (4) y è un cubo perfetto.
   Tra le 4 affermazioni precedenti, quante sono quelle vere?

   (A) solo 3 **(B)** tutte e 4 **(C)** solo 2 **(D)** solo 1 **(E)** nessuna

7. Nel triangolo ABC, dove $C\widehat{A}B = 58°$ e $A\widehat{B}C = 54°$, le semirette CD, DE, EF sono bisettrici, rispettivamente, degli angoli $B\widehat{C}A$, $A\widehat{D}C$, $D\widehat{E}A$.
   Qual è l'ampiezza dell'angolo $A\widehat{F}E$?

   (A) 83° **(B)** 80° **(C)** 82° **(D)** 81° **(E)** 84°

8. Martina ha una striscia di carta quadrettata, con quadretti di lato 1 centimetro, lunga 2023 cm. Vuole segnare ogni tacca dei centimetri, da 0 fino a 2023, con uno dei suoi tre pennarelli colorati (rosso, giallo e blu). Farà in modo che i multipli di 3, incluso 0, siano tutti segnati di blu e che non ci siano tacche vicine dello stesso colore. In quanti diversi modi Martina potrà realizzare la colorazione?

   (A) 2^{1349} **(B)** 3^{2023} **(C)** 2^{675} **(D)** 3^{2024} **(E)** 2^{674}

9. Si sa che $a<b<c<d$ sono numeri reali diversi da 0 e che $\frac{1}{c}<\frac{1}{b}<\frac{1}{a}<\frac{1}{d}$. Quale delle seguenti quantità è sicuramente positiva?

(A) $-2a-3b-c+d$
(B) $2a-3b-c+2d$
(C) $-a+4b-c+3d$
(D) $4a+2b+3c-d$
(E) $3a+2b+c+4d$

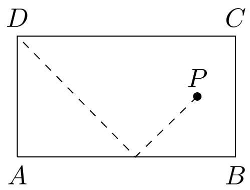
10. In un'isola, ciascun abitante può essere un cavaliere, che dice sempre il vero, oppure un furfante, che mente sempre, oppure un paggio, libero di mentire o dire il vero. Per le leggi dell'isola, se più di 5 persone si riuniscono, fra loro dev'esserci almeno un cavaliere. Un giorno, 11 abitanti sono disposti in cerchio ed ognuno esclama: "vicino a me ci sono un cavaliere ed un furfante". Quanti sono, come minimo, i paggi tra le 11 persone in cerchio?

(A) 4 **(B)** 0 **(C)** 3 **(D)** 2 **(E)** 1

11. Quante sono le coppie ordinate di numeri interi (x,y), con $-20\leqslant x\leqslant 20$ e $-20\leqslant y\leqslant 20$, tali che $x^2y^3=7xy$?

(A) 82 **(B)** 81 **(C)** 83 **(D)** 80 **(E)** 84

12. Francesca gioca su un biliardo di dimensioni 280×140 cm. La palla si trova nel punto P, equidistante ripetto alle sponde AB e CD, a distanza 52 cm dalla sponda BC. Francesca vuole mandare la palla in buca nell'angolo D, con una traiettoria come quella tracciata in figura (la palla rimbalza formando angoli uguali con la sponda AB). A quanti cm da B occorre colpire la sponda AB per realizzare la traiettoria?



(A) 120 **(B)** 128 **(C)** 124 **(D)** 130 **(E)** 126

13. Considerato un poligono regolare $\mathcal{P}$ di 25 lati, stabilire quanti sono i triangoli isosceli che si possono costruire usando tre vertici del poligono $\mathcal{P}$.

(A) 285 **(B)** 275 **(C)** 250 **(D)** 225 **(E)** 300

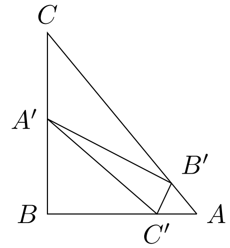
14. Dopo aver disegnato un rettangolo di dimensioni 83×120 cm, Riccardo lo suddivide in $83\cdot 120=9960$ quadratini di $1\,\text{cm}^2$, poi traccia una diagonale del rettangolo. Quanti quadratini vengono attraversati dalla diagonale?

(A) 120 **(B)** 181 **(C)** 183 **(D)** 202 **(E)** 193

15. Una tartaruga fa ogni tanto una passeggiata, partendo dalla propria tana. La passaggiata è formata da tratti rettilinei di un metro, sempre in una delle direzioni Nord, Sud, Ovest, Est. Quando cambia direzione, può ruotare solo di 90° (non può voltarsi ed invertire la marcia). Quante sono le possibili passeggiate di 6 metri, al termine delle quali la tartaruga si trova di nuovo nella tana?

(A) 40 **(B)** 54 **(C)** 36 **(D)** 32 **(E)** 48

16. Considerato un triangolo rettangolo ABC, avente cateti $\overline{AB}=30\,\text{mm}$ e $\overline{BC}=40\,\text{mm}$, sia A' il punto medio del lato BC e siano B', C' i punti sui lati AC e AB tali che $\overline{AB'}=\overline{AC'}=5\,\text{mm}$. Quanti mm^2 misura l'area del triangolo $A'B'C'$?



(A) 75 **(B)** 70 **(C)** 80 **(D)** 90 **(E)** 72